



Μοντελοποίηση, Ανάλυση και Σχεδιασμός Στοχαστικών Συστημάτων

Εξεταστική Περίοδος: Ιανουάριος 2018

Διδάσκων : Β. Κούτρας

Χίος 26-01-2018

ΘΕΜΑ 1^ο (Μονάδες 3)

Το Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης σκοπεύει να αγοράσει ένα υπερυπολογιστή για τις ανάγκες των ερευνητικών του εργαστηρίων. Οι προσφορές και τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των υπερυπολογιστών δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Υπερυπολογιστής	Μέσος αριθμός εργασιών ανά ημέρα	Ημερήσιο Κόστος λειτουργίας
MBI	30 εργασίες /ημέρα	5000 € /ημέρα
CRAB	25 εργασίες /ημέρα	4500€ /ημέρα

- Με δεδομένο ότι 20 εργασίες την ημέρα φτάνουν στον υπερυπολογιστή σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson και ότι ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης της κάθε εργασίας από τον υπερυπολογιστή ακολουθεί εκθετική κατανομή, ποιόν από τους δύο υπερυπολογιστές θα προτεινάτε να προμηθευτεί το Τμήμα με κριτήριο το συνολικό αναμενόμενο κόστος;
- Αν το Τμήμα υιοθετήσει την πρότασή σας, πόσα λεπτά θα είναι σε αυτήν την περίπτωση ο μέσος χρόνος αναμονής μιας εργασίας μέχρι τη στιγμή που θα ξεκινήσει η εξυπηρέτησή της;
- Αν το Τμήμα υιοθετήσει την πρότασή σας, τι ποσοστό των εργασιών θα εξυπηρετούνται άμεσα με το που υποβάλλονται στον υπερυπολογιστή;

$$\text{Δίνεται ότι } \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}, \quad 0 < a < 1$$

ΘΕΜΑ 2^ο (Μονάδες 3)

Σε ένα εργοστάσιο επιδιόρθωσης κρασιού λειτουργούν συνεχώς, το ένα ανεξάρτητα του άλλου, 4 μηχανήματα επιδιόρθωσης. Ο χρόνος λειτουργίας του κάθε μηχανήματος ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 300 ώρες. Όταν κάποιο μηχανήμα χαλάσει, βγαίνει εκτός λειτουργίας για επισκευή. Το εργοστάσιο διαθέτει 2 μηχανικούς με την ίδια εμπειρία και ικανότητα. Ο χρόνος που χρειάζεται κάθε μηχανικός για να επισκευάσει ένα μηχανήμα ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 30 ώρες.

- Δώστε το διάγραμμα καταστάσεων για το σύστημα και υπολογίστε την στάσιμη κατανομή πιθανότητας
- Αν τα χαμένα έσοδα ανά ώρα για κάθε μηχανή που δεν λειτουργεί είναι 100€ και το ωριαίο κόστος για κάθε μηχανικό είναι 10€, να βρείτε το μέσο συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος.
- Πρόσφατα, το ένα από τα μηχανήματα επιδιόρθωσης καταστράφηκε και δεν επισκευάζεται, οπότε αποσύρεται από τη λειτουργία. Σε αυτήν την περίπτωση, και λόγω της αλλαγής αυτής, τα χαμένα έσοδα ανά ώρα για κάθε μηχανήμα που δεν λειτουργεί είναι 135€. Ο διευθυντής Οικονομικών προτείνει την απόλυση του ενός μηχανικού και την αύξηση του μισθού του μηχανικού που απομένει σε 15€ την ώρα γιατί πιστεύει ότι με αυτόν τον τρόπο θα καταφέρει να μειώσει το μέσο συνολικό κόστος. Έχει δίκιο;

ΘΕΜΑ 3^ο (Μονάδες 4)

Στο κέντρο της Αθήνας λειτουργεί μια μικρή οικογενειακή επιχείρηση η οποία ενοικιάζει 5 θέσεις στάθμευσης σε ιδιόκτητο χώρο. Επειδή όμως υπάρχουν 2 μόνιμοι πελάτες, οι οποίοι σταθμεύουν καθημερινά στο χώρο και έχουν διαφορετική τιμολόγηση στην στάθμευση από τους υπόλοιπους, 2 θέσεις στο χώρο (δεν έχει σημασία ποιες) είναι δεσμευμένες και μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο από αυτούς. Έτσι, οποιοσδήποτε άλλος πελάτης μπορεί να έχει πρόσβαση στον χώρο στάθμευσης μέχρι τη στιγμή που θα μείνουν 2 θέσεις ελεύθερες. Τότε, μόνο οι μόνιμοι πελάτες μπορούν να έχουν πρόσβαση. Επίσης, οι μόνιμοι πελάτες έχουν πάντα πρόσβαση στο χώρο στάθμευσης (ανεξάρτητα του πόσες θέσεις είναι ελεύθερες). Οι πελάτες (εκτός από τους μόνιμους) καταφτάνουν στο χώρο στάθμευσης σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson με ρυθμό $\lambda_A = 2$ /ημέρα ενώ οι μόνιμοι πελάτες καταφτάνουν σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson με ρυθμό $\lambda_B = 1$ /ημέρα. Ο μέσος χρόνος παραμονής στο χώρο στάθμευσης ενός αυτοκινήτου (μόνιμοι και μη-μόνιμοι πελάτες) ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 1 ημέρα.

- Δώστε το διάγραμμα καταστάσεων που περιγράφει τον αριθμό των κατειλημμένων θέσεων στο χώρο στάθμευσης
- Υπολογίστε τη στάσιμη πιθανότητα για κάθε κατάσταση του συστήματος
- Ποιος είναι ο μέσος αριθμός αυτοκινήτων στο χώρο στάθμευσης;
- Ποιος είναι ο μέσος ρυθμός αφίξεων πελατών στο χώρο στάθμευσης;