



Επιχειρησιακή Έρευνα II

Εξεταστική Περίοδος: Σεπτέμβριος 2020

Διδάσκων : Β. ΚΟΥΤΡΑΣ

16/09/2020

ΘΕΜΑ 1^ο

(Μονάδες: 4– Διάρκεια Θέματος: 50 λεπτά)

Μια βιομηχανία χρειάζεται να προσδιορίσει τη βέλτιστη πολιτική αντικατάστασης ενός μηχανήματος ηλικίας 3 ετών που έχει στις εγκαταστάσεις της για τα επόμενα 3 χρόνια. Στην αρχή κάθε χρόνου η βιομηχανία θα πρέπει να αποφασίσει αν θα αντικαταστήσει το μηχάνημα με ένα καινούργιο αξίας p (σταθερό) ακριβώς ίδιο, ή αν θα το κρατήσει και για τον επόμενο χρόνο. Το ετήσιο κόστος λειτουργίας $c(t)$ αυτού του τύπου μηχανήματος εξαρτάται από την ηλικία του. Το ετήσιο κέρδος της βιομηχανίας $r(t)$ από τη λειτουργία του μηχανήματος εξαρτάται και αυτό από την ηλικία του μηχανήματος. Στην περίπτωση που η βιομηχανία αποφασίσει να αντικαταστήσει το μηχάνημα με ένα καινούργιο, προχωράει σε πώληση του μηχανήματος που αντικατέστησε λαμβάνοντας ποσό $s(t)$ που εξαρτάται και αυτό από την ηλικία του μηχανήματος που πωλείται. Στο τέλος της περιόδου των 3 ετών η βιομηχανία πουλάει το μηχάνημα που θα κατέχει χωρίς να προχωρήσει σε αγορά καινούργιου.

Ο πίνακας που ακολουθεί περιέχει τα απαραίτητα δεδομένα:

Ηλικία t σε έτη	Κέρδος $r(t)$ σε χιλ. €	Κόστος λειτουργίας $c(t)$ σε χιλ. €	Κέρδος αντικατάστασης $s(t)$ σε χιλ. €	Αξία καινούργιου μηχανήματος p σε χιλ. €
0	20	0.2	-	100
1	19	0.6	80	
2	18.5	1.2	60	
3	17.2	1.5	50	
4	15.5	1.7	30	
5	14	1.8	10	
6	12.2	2.2	5	

Με τη βοήθεια του κατάλληλου προβλήματος δυναμικού προγραμματισμού, βρείτε ποια είναι η βέλτιστη πολιτική αντικατάστασης του μηχανήματος που πρέπει να ακολουθήσει η βιομηχανία, έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει το συνολικό της κέρδος από τη χρήση του μηχανήματος. (Δώστε αντικειμενική συνάρτηση, επαναληπτική σχέση και βέλτιστη πολιτική).

ΘΕΜΑ 2^ο

(Μονάδες: 3– Διάρκεια Θέματος: 50 λεπτά)

Μια βιοτεχνία κατασκευάζει κοσμήματα από χρυσό, ασήμι και μπρούντζο. Η βιοτεχνία χρειάζεται 2 εργατοώρες για την κατασκευή ενός κοσμήματος από χρυσό, 4 εργατοώρες για την κατασκευή ενός κοσμήματος από ασήμι και 5 εργατοώρες για την κατασκευή ενός κοσμήματος από μπρούντζο. Με βάση το προσωπικό της, η βιοτεχνία έχει στη διάθεση της συνολικά 100 εργατοώρες.

Μεταξύ των πρώτων υλών για την κατασκευή των κοσμημάτων αυτών, υπάρχουν η πρώτη ύλη Α και η πρώτη ύλη Β που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή και των 3 ειδών κοσμημάτων. Για την κατασκευή κάθε κοσμήματος (χρυσό, ασήμι, μπρούντζο) χρειάζεται 1 κιλό από την πρώτη ύλη Α. Η βιοτεχνία έχει στη διάθεση της 30 κιλά από την πρώτη ύλη Α. Επίσης, για την κατασκευή ενός κοσμήματος από χρυσό χρειάζονται 10 γραμμάρια από την πρώτη ύλη Β, για την κατασκευή ενός κοσμήματος από ασήμι χρειάζονται 5 γραμμάρια από την πρώτη ύλη Β και για την κατασκευή ενός κοσμήματος από μπρούντζο χρειάζονται 2 γραμμάρια από την πρώτη ύλη Β. Η βιοτεχνία έχει στη διάθεση της 204 γραμμάρια από την πρώτη ύλη Β.

Το καθαρό κέρδος της βιοτεχνίας από την πώληση ενός κοσμήματος χρυσού είναι 52€, από την πώληση ενός κοσμήματος από ασήμι είναι 30€ και από την πώληση ενός κοσμήματος από μπρούντζο είναι 20€. Ωστόσο, αν η βιοτεχνία αποφασίσει να κατασκευάσει έστω και ένα κόσμημα από κάθε είδος, υπάρχει ένα αρχικό κόστος που σχετίζεται με το μηχάνημα κατασκευής του. Έτσι το αρχικό κόστος για την κατασκευή κοσμημάτων από χρυσό είναι 500€, για την κατασκευή κοσμημάτων από ασήμι είναι 400€ και για την κατασκευή κοσμημάτων από μπρούντζο είναι 300€.

Η βιοτεχνία θέλει να μεγιστοποιήσει το συνολικό κέρδος της από την κατασκευή και πώληση των κοσμημάτων σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα. Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα σαν ένα πρόβλημα ακεραίου προγραμματισμού, έτσι ώστε η λύση του να δίνει το βέλτιστο αριθμό κοσμημάτων από κάθε είδος που πρέπει να κατασκευάσει η βιοτεχνία, έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει το συνολικό κέρδος της από την κατασκευή και πώληση τους.

ΘΕΜΑ 3^ο

(Μονάδες: 3– Διάρκεια Θέματος: 50 λεπτά)

Βιομηχανία σχεδιάζει την κυκλοφορία στην αγορά δύο νέων προϊόντων: το προϊόν Α με προτεινόμενη τιμή λιανικής πώλησης 339€ ανά έτος και προϊόν Β με προτεινόμενη τιμή λιανικής πώλησης 399€ αν έτος επίσης. Το κόστος κατασκευής για μία μονάδα προϊόντος Α και μια μονάδα προϊόντος Β για τη βιομηχανία είναι 195€ και 225€ αντίστοιχα, συν ένα σταθερό κόστος ύψους 400000€ ανά έτος για την κατασκευή και των δύο τύπων προϊόντων (όχι για κάθε ένα ξεχωριστά). Λόγω του ανταγωνισμού στην αγορά, εκτιμάται ότι για κάθε προϊόν (Α και Β) η τιμή πώλησης του πέφτει κατά 0.01€ για κάθε μονάδα προϊόντος που πωλείται. Επιπλέον, οι πωλήσεις του προϊόντος Α επηρεάζουν τις πωλήσεις του προϊόντος Β και αντίστροφα. Εκτιμάται λοιπόν ότι η τιμή του προϊόντος Α μειώνεται περαιτέρω κατά 0.003€ για κάθε ένα προϊόν Β που πωλείται στην αγορά, ενώ η τιμή του προϊόντος Β μειώνεται περαιτέρω κατά 0.004€ για κάθε ένα προϊόν Α που πωλείται στην αγορά. Το Τμήμα Πωλήσεων της βιομηχανίας, πιστεύει πως αν ο αριθμός των προϊόντων που θα παραχθούν από κάθε τύπο (Α και Β) προσδιοριστεί λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, θα πωληθούν όλα τα προϊόντα που θα κατασκευαστούν.

Να κατασκευάσετε μια συνάρτηση για το συνολικό κέρδος της βιομηχανίας από την πώληση των προϊόντων Α και Β συναρτήσει των μονάδων που κατασκευάζονται από κάθε προϊόν, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, και να βρείτε, λύνοντας ένα πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού, πόσες μονάδες από το κάθε προϊόν πρέπει να κατασκευαστούν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος της βιομηχανίας από την πώληση των προϊόντων.

(Σημείωση: Οι ποσότητες κάθε προϊόντος δεν προκύπτουν ακέραιοι αριθμοί)