



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Πιθανότητες
18 Ιουνίου 2019

Θέμα 1 (2 μονάδες)

Σε ένα διαγώνισμα θεωρίας πιθανοτήτων οι φοιτητές κλήθηκαν να απαντήσουν σε τρεις ερωτήσεις. Έστω $E_i, i = 1, 2, 3$ το ενδεχόμενο να απαντήσει σωστά ένας φοιτητής στην i κατά σειρά ερώτηση. Ο καθηγητής που διδάσκει το μάθημα διόρθωσε τα γραπτά και βρήκε ότι

$$P(E_1) = 0.5, P(E_2/E_1) = 0.65, P(E_2/E_1') = 0.25, P(E_3/(E_1' \cap E_2')) = 0.10,$$

$$P(E_3/(E_1 \cap E_2')) = 0.30, \quad P(E_3/(E_1' \cap E_2)) = 0.60, \quad P(E_3/(E_1 \cap E_2)) = 0.80.$$

Αν επιλέξουμε στην τύχη το γραπτό ενός φοιτητή, να υπολογιστεί η πιθανότητα

- (i) Ο φοιτητής να απάντησε λανθασμένα και στις τρεις ερωτήσεις.
- (ii) Ο φοιτητής να απάντησε σωστά μόνο στη δεύτερη ερώτηση.
- (iii) Ο φοιτητής να απάντησε σωστά σε δύο τουλάχιστον ερωτήσεις.
- (iv) Ο φοιτητής να έχει απαντήσει σωστά στη δεύτερη και στην τρίτη ερώτηση, αν γνωρίζουμε ότι απάντησε σωστά σε δύο τουλάχιστον ερωτήσεις.

Θέμα 2 (1,5 μονάδες)

Δίνεται η συνάρτηση πιθανότητας $f(x)$ της τυχαιάς μεταβλητής X .

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	0.1	0.15	0.1	0.35	0.3

Να υπολογισθεί η μέση τιμή και η διακύμανση της τυχαιάς μεταβλητής $Y_1 = \max(0, X)$

Θέμα 3 (1,5 μονάδες)

Έστω X μια συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_X που δίνεται από τον τύπο

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+3), & 3 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Να βρεθεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_Y(y)$ της τυχαίας μεταβλητής $Y = |X|$.

Θέμα 4 (2 μονάδες)

Η κατανομή των δανείων που έχει χορηγήσει μια τράπεζα είναι 40% στεγαστικά και 60% καταναλωτικά. Αν το 20% των καταναλωτικών και το 10% των στεγαστικών είναι καθυστερούμενα,

- (i) να υπολογισθεί η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο δάνειο να είναι καθυστερούμενο.
- (ii) να υπολογιστεί η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο δάνειο να είναι καταναλωτικό δεδομένου ότι παρουσιάζει καθυστέρηση πληρωμής.

Θέμα 5 (1,5 μονάδες)

Σε ένα διαγωνισμό μετέχουν 6 άντρες και 4 γυναίκες. Μετά τη γραπτή εξέταση οι διαγωνιζόμενοι μπαίνουν σε μια φθίνουσα σειρά κατάταξης ανάλογα με το βαθμό που έλαβαν. Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχουν διαγωνιζόμενοι που να πήραν ακριβώς τον ίδιο βαθμό

- (i) Πόσες δυνατές κατατάξεις μπορούν να προκύψουν;
- (ii) Αν οι άντρες και οι γυναίκες κατατάσσονται σε ξεχωριστές λίστες πόσες δυνατές κατατάξεις μπορούν να προκύψουν;

Θέμα 6 (1,5 μονάδες)

Σε ένα αγρόκτημα υπάρχουν 10 κουνέλια από τα οποία τα 3 είναι θηλυκού γένους. Για τον έλεγχο του πληθυσμού των κουνελιών κρίθηκε σκόπιμο να απομακρυνθούν 2 κουνέλια θηλυκού γένους. Έτσι στήθηκε μια παγίδα όπου πιάνονταν τα κουνέλια το ένα κατόπιν του άλλου έως ότου πιαστούν 2 κουνέλια θηλυκού γένους. Ποια είναι η πιθανότητα να συμβεί αυτό όταν πιαστεί το τέταρτο στη σειρά κουνέλι?

Απαντήστε υποχρεωτικά σε όλα τα θέματα αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.