



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ

(ΠΜΣ-Ο.ΔΙ.Μ.)



«ΥΒΡΙΔΙΚΕΣ ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΕΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ  
ΕΜΠΝΕΥΣΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΦΥΣΙΚΟ ΚΟΣΜΟ, ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ  
ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ  
ΔΕΙΚΤΗ SORTINO ΥΠΟ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ ΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ  
ΕΝΟΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ»

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΓΙΑΝΝΑΚΟΥΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΔΟΥΝΙΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΧΙΟΣ, .....

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

---

Η παρούσα διπλωματική εργασία που αφορά στον θεματικό χώρο της Τεχνητής Νοημοσύνης, εκπονήθηκε στα πλαίσια του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών «Οικονομική και Διοίκηση για Μηχανικούς – ΠΜΣ Ο.ΔΙ.Μ».

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία ο αναγνώστης εισάγεται, μετά από μια σύντομη εισαγωγή, στη χρησιμότητα που έχει η έννοια της βελτιστοποίησης. Εξετάζονται σχετικά αναλυτικά κάποιες υπολογιστικές μέθοδοι, εμπνευσμένες από το φυσικό κόσμο και τα πλεονεκτήματα που έχουν. Στην συνέχεια γίνεται μια επισκόπηση σε κάποιες τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην βελτιστοποίηση χρηματοοικονομικών προβλημάτων. Σε επόμενο κεφάλαιο εξετάζονται συγκεκριμένοι αλγόριθμοι, οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία. Επίσης αναλύονται κάποια βασικά σημεία της θεωρίας χαρτοφυλακίου και η χρησιμότητα που έχει η μελέτη της αντικειμενικής συνάρτησης που χρησιμοποιείται στην εργασία.

Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στο στάδιο της τροποποίησης επιμέρους μηχανισμών των αλγορίθμων.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

---

Πρώτα απ' όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας μου, κ. Γεώργιο Δούνια, για την πολύτιμη καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου. Επίσης, είμαι ευγνώμων στα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, Καθηγητές κκ. Ανδρέα Ανδρικόπουλο και Αγάπιο Πλατή για την προσεκτική ανάγνωση της εργασίας μου και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Επίσης, ευχαριστώ τον Βασίλειο Βασιλειάδη, φίλο μου και υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης, για την ανεκτίμητη βοήθειά του όλο αυτό το χρονικό διάστημα της προσπάθειάς μου, στον προγραμματισμό με Matlab, για την συνδρομή του στις προσομοιώσεις, καθώς επίσης και για την ηθική του υποστήριξη. Ακόμη, ευχαριστώ τον υπεύθυνο του υπολογιστικού κέντρου του τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης, Γεώργιο Μελέκο για τη βοήθειά του κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας. Ευχαριστώ τους Παναγιώτη Μουρούτογλου, Σέργιο Λάλα και Ιωάννη Πάσσο για την ηθική υποστήριξή τους. Πάνω απ' όλα, είμαι ευγνώμων στην οικογένειά μου, Ιωάννη, Ελένη και Μαρία Γιαννακούρη για την ολόψυχη αγάπη καθώς επίσης και για την ηθική και υλική υποστήριξή τους.

Γεώργιος Γιαννακούρης

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	2
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	3
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ .....	6
ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	6
ΛΙΣΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ.....	7
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	11
1.1. Γενικά.....	11
1.2. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης και η χρησιμότητά της.....	11
1.3. Μέθοδοι που βασίζονται στη λειτουργία φυσικών συστημάτων .....	12
1.4. Κατηγοριοποίηση μεθόδων βελτιστοποίησης .....	13
1.5. Χαρακτηριστικά μεθόδων που βασίζονται στη λειτουργία φυσικών συστημάτων.....	15
1.6. Στόχος διπλωματικής εργασίας.....	17
1.7. Δομή διπλωματικής εργασίας .....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ .....	19
2.1. Εισαγωγικά στοιχεία.....	19
2.2. Ανάλυση προηγούμενων ερευνών .....	20
2.3. Βασικά συμπεράσματα .....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ .....	30
3.1. Περιγραφή αλγορίθμου Ant Colony Optimization (ACO).....	30
3.2. Περιγραφή Firefly Algorithm (FA) .....	39
3.3. Ψευδοκώδικας της υβριδικής αλγοριθμικής μεθόδου .....	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ- ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ .....	46

4.1.	Εισαγωγικά στοιχεία.....	46
4.2.	Σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory- MPT).....	47
4.3.	Το μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων CAPM .....	49
4.4	Επενδυτική πρακτική .....	53
4.5.	Παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου (Passive Portfolio Management) ...	56
4.6.	Σφάλμα παρακολούθησης (Tracking Error) .....	58
4.7.	Χρηματοοικονομικό Πρόβλημα Βελτιστοποίησης (Αντικειμενική Συνάρτηση - Περιορισμοί).....	59
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΤΟΥ ΥΒΡΙΔΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ.....	61
5.1.	Εισαγωγικά στοιχεία.....	61
5.2.	Τροποποίηση μηχανισμού Roulette Wheel .....	61
5.3.	Τροποποίηση μηχανισμού απόστασης μεταξύ των «τεχνητών» πυγολαμπίδων .....	62
5.4.	Μηχανισμός μείωσης πληθυσμού των «τεχνητών» μυρμηγκιών .....	64
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	65
6.1.	Εισαγωγή .....	65
6.2.	Στατιστική ανάλυση δεδομένων .....	66
6.3.	Ανάλυση πειραματικής διαδικασίας .....	70
6.4.	Μέτρα σύγκρισης (Benchmarks) .....	87
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	101

## ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

---

Εικόνα 1: Κατηγοριοποίηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης .....	14
Εικόνα 2: Απεικόνιση της ικανότητας των μυρμηγκιών να μπορούν να βρίσκουν κοντινότερα μονοπάτια προς την τροφή τους.....	33
Εικόνα 3: Γραφική απεικόνιση CAPM.....	51

## ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

---

Πίνακας 1: Μέτρα κεντρικής τάσης αποδόσεων S&P 500.....	67
Πίνακας 2: Μέτρα διασποράς αποδόσεων S&P 500 .....	67
Πίνακας 3: Μέτρα κανονικότητας αποδόσεων S&P 500 .....	67
Πίνακας 4: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1 <sup>ο</sup> σετ).....	72
Πίνακας 5: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1 <sup>ο</sup> σετ)	72
Πίνακας 6: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1 <sup>ο</sup> σετ).....	72
Πίνακας 7: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (1ο σετ).....	73
Πίνακας 8: Καλύτερη λύση του πρώτου σετ πειραμάτων .....	73
Πίνακας 9: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2 <sup>ο</sup> σετ).....	75
Πίνακας 10: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2 <sup>ο</sup> σετ) .....	76
Πίνακας 11: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2 <sup>ο</sup> σετ).....	76
Πίνακας 12: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (2ο σετ).....	76
Πίνακας 13: Καλύτερη λύση του δεύτερου σετ πειραμάτων .....	77
Πίνακας 14: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3ο σετ) .....	79

Πίνακας 15: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3 <sup>ο</sup> σετ)	79
Πίνακας 16: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3 <sup>ο</sup> σετ)	80
Πίνακας 17: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (3ο σετ)	80
Πίνακας 18: Καλύτερη λύση του τρίτου σετ πειραμάτων	80
Πίνακας 19: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4ο σετ)	82
Πίνακας 20: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4 <sup>ο</sup> σετ)	83
Πίνακας 21: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4 <sup>ο</sup> σετ)	83
Πίνακας 22: Πίνακας 17: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (4ο σετ)	83
Πίνακας 23: Καλύτερη λύση του τέταρτου σετ πειραμάτων	83
Πίνακας 24: Πειράματα - χρόνοι διεξαγωγής	84
Πίνακας 25: Πειράματα - Sortino Ratio	85
Πίνακας 26: Καλύτερη λύση (Μέθοδος τυχαίας αναζήτησης- – μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού)	87
Πίνακας 27: Καλύτερη λύση (Υψηλότερες μετοχές βάσει κεφαλαιοποίησης)	89
Πίνακας 28: Καλύτερη λύση (Χαμηλότερες μετοχές βάσει κεφαλαιοποίησης)	90
Πίνακας 29: Καλύτερη λύση (Βάσει αντικειμενικής συνάρτησης)	91
Πίνακας 30: Μέθοδοι σύγκρισης - Δείκτης Sortino	93
Πίνακας 31: Πειράματα - Sortino Ratio (out-of-sample)	97

## ΛΙΣΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

---

Γράφημα 1: Αποδόσεις S&P 500 στην εξεταζόμενη περίοδο	66
Γράφημα 2: Ιστόγραμμα αποδόσεων - συχνοτήτων	68
Γράφημα 3: Πλήθος χαρτοφυλακίων για διάφορα cardinalities	69
Γράφημα 4: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Roulette Wheel-Euclidean Distance)	71

Γράφημα 5: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Roulette Wheel- Euclidean Distance) .....	74
Γράφημα 6: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Tournament Selection-Euclidean Distance) .....	75
Γράφημα 7: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Tournament Selection - Euclidean Distance) .....	77
Γράφημα 8: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Roulette Wheel- Manhattan Distance) .....	79
Γράφημα 9: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Roulette Wheel - Manhattan Distance) .....	81
Γράφημα 10: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Tournament Selection-Manhattan Distance) .....	82
Γράφημα 11: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Tournament Selection - Manhattan Distance) .....	84
Γράφημα 12: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (τυχαία αναζήτηση - μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού).....	88
Γράφημα 13: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης – μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού) .....	89
Γράφημα 14: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης - FA) .....	90
Γράφημα 15: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης - μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού) .....	91
Γράφημα 16: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης - FA).....	91
Γράφημα 17: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino - μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού) .....	92
Γράφημα 18: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino - FA) .....	92
Γράφημα 19: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (πρώτο σετ πειραμάτων) .....	94
Γράφημα 20: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (δεύτερο σετ πειραμάτων) .....	95
Γράφημα 21: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (τρίτο σετ πειραμάτων).....	95

Γράφημα 22: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (τέταρτο σετ πειραμάτων).....96

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Οι γνωστικές περιοχές της διπλωματικής εργασίας είναι η τεχνητή νοημοσύνη (*artificial intelligence-A.I.*) και η θεωρία χαρτοφυλακίου. Η θεωρία χαρτοφυλακίου αναφέρεται στο πρόβλημα της άριστης επιλογής χρηματοοικονομικών τίτλων καθώς επίσης και στο ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε τίτλο, οι οποίοι χαρακτηρίζονται από διαφορετικές προσδοκώμενες αποδόσεις και βαθμούς κινδύνου. Όσον αφορά την γνωστική περιοχή της Τεχνητής Νοημοσύνης, χρησιμοποιούνται μέθοδοι οι οποίες είναι εμπνευσμένες από τον τρόπο λειτουργίας και εξέλιξης των φυσικών συστημάτων (*nature-inspired*) και πιο συγκεκριμένα, ένας υβριδικός αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας μιας αποικίας μυρμηγκιών (*ACO*) για την εύρεση των κατάλληλων (συνδυασμών) *n*-άδων μετοχών, δηλαδή τον αριθμό των μετοχών που θα απαρτίζει το χαρτοφυλάκιο και ένας αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στον τρόπο με τον οποίο επικοινωνεί ένα σμήνος πυγολαμπίδων (*firefly algorithm-FA*) για την εύρεση του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε χρεόγραφο, το οποίο έχει επιλεγθεί στο χαρτοφυλάκιο.

Στόχος αποτελεί η μελέτη της λειτουργίας των μεθευρετικών αλγορίθμων και η πρόταση βελτίωσης επιμέρους κομματιών του υβριδικού αυτού συστήματος. Η εφαρμογή του υβριδικού αυτού αλγορίθμου (*ACO* και *FA*) θα πραγματοποιηθεί στο συγκεκριμένο επενδυτικό στόχο μεγιστοποίησης του Δείκτη *Sortino* (χρηματοοικονομικό μέτρο που μετράει τη συνολική αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου, λαμβάνοντας υπόψη τόσο τη μέση απόδοση, όσο και το ρίσκο) υπό τον περιορισμό στην τυπική απόκλιση του σφάλματος παρακολούθησης (*Tracking Error Volatility*).

Στην εργασία, το δείγμα που θα χρησιμοποιηθεί θα είναι οι μετοχές του δείκτη *S&P 500*. Εκτός από την βελτίωση του αλγορίθμου που θα πραγματοποιηθεί, θα διεξαχθούν κάποια επαναληπτικά πειράματα στα πλαίσια προσπάθειας μελέτης της απόδοσης της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

### 1.1. Γενικά

---

Μια από τις βασικές αρχές στον κόσμο μας, είναι η αναζήτηση για μια βέλτιστη κατάσταση. Η ανάγκη αυτή ξεκινάει από το μικρόκοσμο, όπου τα άτομα προσπαθούν να σχηματίσουν ενώσεις προκειμένου να φτάσουν σε καταστάσεις ελάχιστης ενέργειας. Όταν τα μόρια στερεοποιούνται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της πήξεως, προσπαθούν να πάρουν κρυσταλλικές δομές βέλτιστης ενέργειας. Φυσικά, οι διαδικασίες αυτές δεν έχουν κάποιον απώτερο σκοπό, απλά προκύπτουν από θεμελιώδεις νόμους της φυσικής.

### 1.2. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης και η χρησιμότητά της

---

Όσο λοιπόν υπάρχει το ανθρώπινο είδος, θα υπάρχει συνάμα αυτή η έμφυτη ανάγκη για την αναζήτηση βέλτιστων καταστάσεων σε πολλούς τομείς. Για παράδειγμα, θέλουμε να φτάσουμε σε ένα μέγιστο επίπεδο ευτυχίας με την ελάχιστη προσπάθεια. Στην οικονομία μας, το κέρδος και οι πωλήσεις πρέπει να μεγιστοποιούνται και τα κόστη θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν χαμηλότερα. Επομένως, η διαδικασία της βελτιστοποίησης είναι μια από τις παλαιότερες επιστήμες η οποία έχει άμεση εφαρμογή στην καθημερινότητα.

Συνεπώς, η διαδικασία της βελτιστοποίησης είναι απαραίτητη σε πολλά προβλήματα της καθημερινότητάς μας. Από τον προγραμματισμό των καθημερινών μας δραστηριοτήτων, μέχρι τη σχεδίαση των επιχειρηματικών διαδικασιών μιας επιχείρησης. Σε όλα αυτά τα προβλήματα, γίνεται προσπάθεια να βελτιστοποιηθούν επιμέρους παράμετροι των προαναφερθέντων προβλημάτων, καθώς επίσης και αρκετών άλλων που υπάρχουν.

Εάν κάποιο ζήτημα είναι σημαντικό και αρκετά πολύπλοκο, υπάρχουν αρκετές μαθηματικές μέθοδοι με τις οποίες μπορεί να επιλυθεί. Ο στόχος της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι να βρεθεί το ολικό βέλτιστο (global

optimization<sup>1</sup>), δηλαδή να βρεθούν τα βέλτιστα στοιχεία  $x^*$  από ένα σύνολο  $X$ , σύμφωνα με ένα σύνολο κριτηρίων  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ . Τα κριτήρια αυτά διατυπώνονται ως μαθηματικές συναρτήσεις, οι λεγόμενες αντικειμενικές συναρτήσεις<sup>2</sup>.

### 1.3. Μέθοδοι που βασίζονται στη λειτουργία φυσικών συστημάτων

---

Η δυσκολία για να βρεθεί το ολικό βέλτιστο με τη χρήση των μεθόδων οι οποίες βρίσκουν τοπικά βέλτιστα, σε περιπτώσεις επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων βελτιστοποίησης, οδήγησε τους ερευνητές στην προσπάθεια να βρουν εναλλακτικές, καλύτερες μεθόδους για τέτοιου είδους προβλήματα. Πρόσφατα, έχουν βρεθεί διάφοροι αλγόριθμοι, οι οποίοι βασίζονται σε μηχανισμούς λειτουργίας φυσικών συστημάτων (nature-inspired).

Τα συστήματα τα οποία βασίζονται στη φύση, προσομοιώνουν τον τρόπο με τον οποίο λειτουργούν διάφορα βιολογικά συστήματα και αποικίες που βρίσκονται στο περιβάλλον. Τα τελευταία χρόνια γίνεται ολοένα και περισσότερη χρήση των συστημάτων αυτών, με σκοπό να βρεθούν λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα βελτιστοποίησης. Παραδείγματα τέτοιων συστημάτων είναι η λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου (νευρωνικά δίκτυα), η διαδικασία με την οποία μια αποικία μυρμηγκιών ψάχνει για τροφή, κλπ.

Για να επιλυθούν, όπως αναφέραμε ανωτέρω, πολύπλοκα προβλήματα βελτιστοποίησης, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί συνδυασμός αλγορίθμων που βασίζονται στη φύση. Τέτοιοι συνδυασμοί, ονομάζονται υβριδικά συστήματα, τα

---

<sup>1</sup> Η πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι η ελαχιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης  $f$ , σε ένα σύνολο λύσεων  $\vec{x} \in P$ . Επίσης, πολλές φορές υπάρχουν περιορισμοί στο διάνυσμα των λύσεων  $\vec{x}_{\min}$ . Σε πραγματικά προβλήματα, συναρτήσεις που περιέχουν πολλές μεταβλητές έχουν αρκετά τοπικά βέλτιστα. Το να βρεθεί κάποιο τοπικό βέλτιστο, είναι αρκετά εύκολο, με τη χρήση μεθόδων, οι οποίες βρίσκουν τοπικά ελάχιστα ή μέγιστα (ανάλογα τη φύση του προβλήματος). Το να βρεθεί όμως το ολικό βέλτιστο είναι αρκετά δύσκολο και είναι πρακτικά αδύνατη η εύρεσή του για πολλά προβλήματα έως τώρα.

<sup>2</sup> Μια αντικειμενική συνάρτηση  $f: X \rightarrow Y$  με  $Y \subseteq \mathbf{R}$  είναι μια μαθηματική συνάρτηση την οποία θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε.

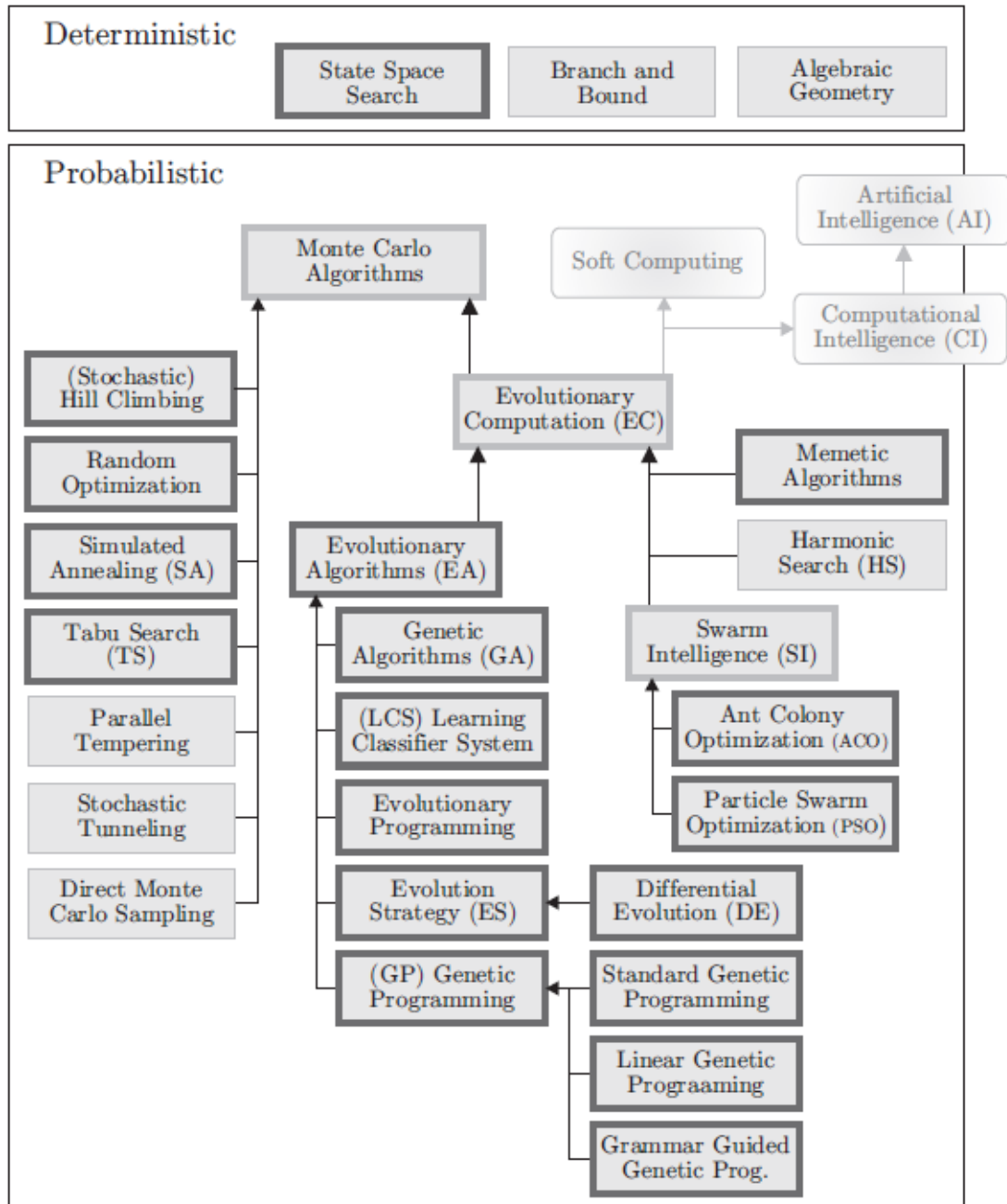
οποία συνδυάζουν χαρακτηριστικά από δυο ή περισσότερες μεθόδους και αναφέρονται σε προβλήματα διακριτού και συνεχή χώρου λύσεων.

#### 1.4. Κατηγοριοποίηση μεθόδων βελτιστοποίησης

---

Στην εργασία αυτή, θα χρησιμοποιηθούν δυο τέτοιοι αλγόριθμοι, οι οποίοι θα αναλυθούν σε επόμενο κεφάλαιο της εργασίας. Πριν δοθεί μεγαλύτερη έμφαση λοιπόν στις τεχνικές αυτές, θα παρουσιαστεί μια κατηγοριοποίηση των μεθόδων αυτών [38]. Γενικά, οι μέθοδοι βελτιστοποίησης χωρίζονται σε δυο άξονες, τους *προσδιοριστικούς (deterministic)* και τους *στοχαστικούς αλγορίθμους*. Οι προσδιοριστικοί αλγόριθμοι, χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που υπάρχει μια ξεκάθαρη σχέση ανάμεσα στα χαρακτηριστικά των πιθανών λύσεων και στη χρησιμότητα την οποία έχει το συγκεκριμένο πρόβλημα που ερευνάται. Έτσι, ο χώρος των λύσεων μπορεί να εξερευνηθεί με διάφορες μεθόδους. Για παράδειγμα, μπορεί το πρόβλημα αυτό να αναλυθεί σε επιμέρους προβλήματα, μικρότερου μεγέθους, μέχρι το καθένα από αυτά να γίνει όσο πιο απλό γίνεται. Έπειτα, οι λύσεις που βρίσκονται, στη συνέχεια συνδυάζονται με αποτέλεσμα να προκύψει η τελική λύση του πρωταρχικού προβλήματος (divide and conquer algorithms). Εάν η σχέση μεταξύ μιας λύσης και της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος δεν είναι τόσο ξεκάθαρη ή είναι πολύπλοκη, ή ακόμη ο χώρος των λύσεων είναι πολυδιάστατος, τότε γίνεται δυσκολότερο το να λυθεί το πρόβλημα με προσδιοριστικές (deterministic) μεθόδους.

Στο παρακάτω σχήμα, απεικονίζεται μια κατηγοριοποίηση των αλγορίθμων βελτιστοποίησης:



Εικόνα 1: Κατηγοριοποίηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης

Πηγή: Weise, Thomas, 2009 “*Global Optimization Algorithms – Theory and Application* –”.

Για το λόγο αυτό η έρευνα κατευθύνθηκε προς τους στοχαστικούς (stochastic) αλγορίθμους και ειδικότερα σε αυτούς που εμπνέονται από φυσικά, κοινωνικά ή βιολογικά φαινόμενα. Οι αλγόριθμοι αυτοί έχουν την ιδιότητα να μην εγκλωβίζονται σε τοπικά βέλτιστες λύσεις και μάλιστα μπορούν να εντοπίσουν την περιοχή της

ολικά βέλτιστης λύσης συνήθως μετά από ένα μεγάλο αριθμό εκτιμήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.

Η διαδικασία εύρεσης λύσεων στους στοχαστικούς αλγορίθμους πραγματοποιείται πάντοτε μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας. Σε κάθε επανάληψη δημιουργούνται από τον αλγόριθμο μια (π.χ. Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing)) ή περισσότερες (πχ Γενετικοί Αλγόριθμοι και Αλγόριθμοι που βασίζονται στον τρόπο που λειτουργεί μια αποικία μυρμηγκιών) λύσεις από τον αντίστοιχο αριθμό ατόμων (*individuals*) που ανήκουν στο χώρο των πιθανών λύσεων. Η καταλληλότητα των λύσεων αυτών εκτιμάται μέσω της συναρτήσεως κόστους. Πολλές φορές οι αλγόριθμοι αυτοί κατά τη διαδικασία εύρεσης λύσεων προσαρμόζονται συνεχώς στο χώρο των λύσεων μεταβάλλοντας τις παραμέτρους τους.

## 1.5. Χαρακτηριστικά μεθόδων που βασίζονται στη λειτουργία φυσικών συστημάτων

---

Η παραπάνω γενική διαδικασία συνεχίζεται μέχρι έως ότου ολοκληρωθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων ή ικανοποιηθεί ένα κριτήριο σύγκλισης. Τα βασικότερα χαρακτηριστικά των αλγορίθμων που εμπνέονται από τη φύση είναι τα κάτωθι:

- Μοντελοποιούν σε κάποιο βαθμό ένα φυσικό (πχ η ανόπτηση στα μέταλλα), κοινωνικό (πχ η αλληλεπίδραση μεταξύ των ανθρώπων και του πολιτισμού τους ή γενικότερα μεταξύ των ζώων όντων και περιβάλλοντός τους) ή βιολογικό φαινόμενο (πχ η εξέλιξη των ειδών).
- Έχουν στοιχεία στοχαστικότητας (μη αιτιοκρατικοί).
- Πολλές φορές παρουσιάζουν παράλληλη δομή, δηλαδή πράκτορες (*agents*) ή άτομα (*individuals*) που δραστηριοποιούνται ταυτόχρονα και δημιουργούν πολλαπλές λύσεις του προβλήματος. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την παράλληλη εκτέλεσή τους σε παράλληλους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Όταν χρησιμοποιείται ένας πληθυσμός ατόμων τότε τα άτομα μπορεί να επικοινωνούν είτε άμεσα (πχ Γενετικοί Αλγόριθμοι) είτε έμμεσα (πχ

Αλγόριθμοι που βασίζονται στον τρόπο που λειτουργεί μια αποικία μυρμηγκιών) μεταξύ τους.

- Είναι προσαρμόσιμοι σε διαφορετικά «περιβάλλοντα» παρουσιάζοντας «στιβαρότητα» (robustness). Συνεπώς, μπορούν να λειτουργήσουν αγνοώντας το θόρυβο αλλά και να αξιοποιηθούν σε διάφορα είδη προβλημάτων με ελάχιστες αλλαγές στον κώδικα.

Πρέπει να επισημανθεί ότι βασικά υπάρχουν δύο μηχανισμοί στους στοχαστικούς αλγορίθμους [42]:

- η εκμετάλλευση (*exploitation*) του χώρου των λύσεων κατά την οποία πραγματοποιείται τοπική αναζήτηση βέλτιστων λύσεων στις περιοχές που έχουν ήδη δώσει καλά αποτελέσματα.
- η εξερεύνηση (*exploration*) όλου του δυνατού χώρου των λύσεων για την αποτελεσματικότερη αναζήτηση νέων προσοδοφόρων περιοχών.

Οι δύο αυτές διαδικασίες είναι ανταγωνιστικές μεταξύ τους και ένας σωστά ρυθμισμένος αλγόριθμος πρέπει να λειτουργεί στη «χρυσή τομή» των δύο. Οι αλγόριθμοι αυτοί, εντάσσονται στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων (metaheuristics<sup>3</sup>).

Για να επιλυθούν, όπως αναφέραμε ανωτέρω, πολύπλοκα προβλήματα βελτιστοποίησης, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί συνδυασμός αλγορίθμων που βασίζονται στη φύση. Τέτοιοι συνδυασμοί, ονομάζονται υβριδικά συστήματα, τα οποία συνδυάζουν χαρακτηριστικά από δυο ή περισσότερες μεθόδους και αναφέρονται σε προβλήματα διακριτού και συνεχή χώρου λύσεων.

---

<sup>3</sup> Αλγοριθμικές μέθοδοι με σκοπό να επιλύουν προβλήματα γενικότερων κατηγοριών. Συνδυάζουν αντικειμενικές συναρτήσεις ή εμπειρικούς κανόνες (ευρετικοί αλγόριθμοι), χωρίς να δίνουν περεταίρω έμφαση στη δομή τους, τις εκλαμβάνουν δηλαδή σαν διαδικασίες που βρίσκονται σ' ένα «μαύρο κουτί». Με άλλα λόγια, έχει την έννοια ενός γενικότερου αλγοριθμικού πλαισίου που μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης με σχετικά λίγες τροποποιήσεις.

## 1.6. Στόχος διπλωματικής εργασίας

---

Όσον αφορά την πρακτική εφαρμογή της παρούσας εργασίας, εντάσσεται στην γνωστική περιοχή της διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Το συγκεκριμένο πρόβλημα αναφέρεται στη βέλτιστη επιλογή χρηματοοικονομικών τίτλων καθώς επίσης και τον προσδιορισμό του βέλτιστου ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε τίτλο με βάση κάποια αντικειμενική συνάρτηση – στόχο.

Πιο συγκεκριμένα, ο στόχος του προβλήματος είναι η μεγιστοποίηση του δείκτη Sortino του χαρτοφυλακίου θέτοντας έναν περιορισμό στη διακύμανση του σφάλματος εντοπισμού (tracking error volatility). Ο δείκτης Sortino είναι ένα χρηματοοικονομικό μέτρο που μετράει τη συνολική αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου, αφού λαμβάνει υπόψη τόσο τη μέση απόδοση, όσο και το ρίσκο (τυπική απόκλιση αποδόσεων). Η διαφορά όμως του δείκτη Sortino από το δείκτη Sharpe, ενός παρόμοιου χρηματοοικονομικού μέτρου, είναι ότι το δεύτερο λαμβάνει υπόψη τη διασπορά όλων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου (θετικών και αρνητικών) για τον υπολογισμό του ρίσκου. Το πρώτο όμως, λαμβάνει υπόψη τη διασπορά μόνο των αρνητικών αποδόσεων.

Ο έμμεσος στόχος του χαρτοφυλακίου είναι να παρακολουθεί τις κινήσεις του δείκτη, ανόδους και πτώσεις (passive portfolio management). Ένας χρηματιστηριακός δείκτης αποτυπώνει τον παλμό της αγοράς και ενσωματώνει τις διάφορες αλλαγές και καταστάσεις της οικονομίας. Συνεπώς, κατασκευάζοντας ένα χαρτοφυλάκιο που θα παρακολουθεί τις κινήσεις του δείκτη, τότε έμμεσα καταφέρνουμε να προσαρμόσουμε το χαρτοφυλάκιό μας στις κινήσεις της ευρύτερης οικονομίας και άρα, να λαμβάνουμε περισσότερους παράγοντες υπόψη μας.

Έχοντας ορίσει παραπάνω τη γνωστική περιοχή στην οποία εντάσσονται οι μεθοδολογίες που θα χρησιμοποιηθούν καθώς επίσης και το χρηματοοικονομικό πρόβλημα, παρακάτω θα αναφερθούν οι συγκεκριμένες μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν.

Έτσι, στην εργασία θα χρησιμοποιηθεί ένα υβριδικό σχήμα, δυο μεθευρετικών αλγορίθμων εμπνευσμένων από τον τρόπο λειτουργίας και εξέλιξης των φυσικών κοινωνιών. Πιο συγκεκριμένα, ένας αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας μιας αποικίας μυρμηγκιών (ACO- Ant Colony Optimization) θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση των κατάλληλων (συνδυασμών) ν-άδων μετοχών και

ένας άλλος αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται στον τρόπο επικοινωνίας ενός σμήνους πυγολαμπίδων (FA- Firefly Algorithm) για την εύρεση του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε χρεόγραφο, το οποίο έχει επιλεγθεί στο χαρτοφυλάκιο.

Όσον αφορά τους αλγορίθμους αυτούς, στόχος είναι η μελέτη της λειτουργίας της χρησιμοποιούμενης μεθοδολογίας και η πρόταση βελτίωσης επιμέρους μερών τους, καθώς επίσης και η μελέτη των παραμέτρων των μεθόδων και της χρηματοοικονομικής εφαρμογής.

## 1.7. Δομή διπλωματικής εργασίας

---

Παρακάτω ακολουθεί μια δομή της παρούσας εργασίας, τα θέματα που θα αναλυθούν σε επόμενα κεφάλαια. Πιο συγκεκριμένα, στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται μια βιβλιογραφική επισκόπηση, αναλύοντας κάποιες μελέτες που έχουν γίνει στο παρελθόν πάνω σε προβλήματα παρόμοιας φύσεως, καθώς επίσης και αναφορά στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των προβλημάτων αυτών. Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο γίνεται εκτενής ανάλυση στις αλγοριθμικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία. Ακολούθως στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται το χρηματοοικονομικό πρόβλημα και οι θεωρίες στις οποίες βασίζεται. Στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο παρουσιάζονται οι τροποποιήσεις οι οποίες υλοποιούνται πάνω σε συγκεκριμένους μηχανισμούς του υβριδικού σχήματος που χρησιμοποιείται. Επιπλέον, στο 6<sup>ο</sup> κεφάλαιο παραθέτονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων καθώς επίσης και ο σχολιασμός αυτών. Τέλος, στο 7<sup>ο</sup> κεφάλαιο, θα συζητηθούν τα συμπεράσματα της όλης διαδικασίας και θα γίνουν κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

---

### 2.1. Εισαγωγικά στοιχεία

---

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης προκύπτουν από το γεγονός ότι ζητείται να βρεθούν οι τιμές μιας ή περισσότερων μεταβλητών απόφασης, οι οποίες ικανοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση, λαμβάνοντας υπόψη τους εκάστοτε περιορισμούς του προβλήματος. Η βελτιστοποίηση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων ανήκει σε αυτή την κατηγορία και περιγράφηκε αναλυτικά από τον Markowitz [23]. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές των μεταβλητών απόφασης (ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε επιλεγμένο χρεόγραφο)  $x_i$ , πρέπει να υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς.

- Δεν θα πρέπει να ξεπερνούν συγκεκριμένα όρια,  $x_l \leq x_i \leq x_u$ .
- Το άθροισμά τους πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα,  $\sum x_i = 1$ .

Ο αντικειμενικός στόχος του προβλήματος είναι να βρεθούν οι βέλτιστες μετοχές που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο καθώς επίσης και το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχεί στην κάθε μετοχή, έτσι ώστε να βελτιστοποιείται ένας επενδυτικός στόχος (π.χ. μεγιστοποίηση αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου, ελαχιστοποίηση κινδύνου χαρτοφυλακίου κτλ.). Σε επόμενο κεφάλαιο θα αναλυθεί η αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση (*Sortino Ratio*), οι περιορισμοί του προβλήματος, καθώς επίσης και κάποιες παραδοχές που γίνονται για το προφίλ του επενδυτή. Συγκεκριμένα, γίνεται η παραδοχή πως ο επενδυτής αποστρέφεται τον κίνδυνο (*risk aversion*), γι αυτό και ο στόχος που τίθεται, είναι η αναμενόμενη απόδοση να ξεπερνά την αντίστοιχη του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο (*risk-free asset*).

## 2.2. Ανάλυση προηγούμενων ερευνών

---

Όσον αφορά τη γνωστική περιοχή της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, έχουν γίνει αρκετές μελέτες σε διάφορα είδη προβλημάτων εξετάζοντας ποικίλες αντικειμενικές συναρτήσεις.

Ένας συγκεκριμένος τύπος για το πρόβλημα επιλογής του βέλτιστου χαρτοφυλακίου είναι το πρόβλημα παρακολούθησης ενός δείκτη (index tracking).

Το [30], μελετά την περίπτωση της επιλογής ενός παθητικού χαρτοφυλακίου (passive portfolio) χρησιμοποιώντας ένα υβριδικό σχήμα που αποτελείται από γενετικούς αλγόριθμους και τεχνικές τετραγωνικού προγραμματισμού (quadratic programming). Οι γενετικοί αλγόριθμοι βρίσκουν τα υποσύνολα των μετοχών που θα απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο, ενώ με τις τεχνικές τετραγωνικού προγραμματισμού βρίσκει το ποσοστό του κεφαλαίου που θα πρέπει να επενδυθεί στην κάθε μετοχή. Επίσης, στο άρθρο χρησιμοποιείται και μια τρίτη μέθοδος για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, η τυχαία αναζήτηση όσον αφορά την εύρεση των μετοχών που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Στο πρόβλημα, υπάρχει ένα σύνολο (universe) 100 μετοχών. Οι αλγόριθμοι επιλέγουν υποσύνολα των 20 μετοχών (cardinality). Το μειονέκτημα της μελέτης ήταν η αποτυχία της να βρει το ολικό βέλτιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Τα αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν από τα πειράματα έδειξαν ότι η χρήση ορισμένων τεχνικών, οι οποίες αναφέρονται στη διαδικασία δημιουργίας νέου πληθυσμού λύσεων (random assorting recombination crossover) οδήγησαν σ' έναν ευέλικτο γενετικό αλγόριθμο, του οποίου οι επιδόσεις ήταν πολύ καλύτερες από την τυχαία αναζήτηση.

Στο [18], εντοπίστηκαν βέλτιστα χαρτοφυλάκια, τα οποία παρακολουθούν έναν δείκτη. Ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο αποτελείται από ένα (συνήθως μικρό) υποσύνολο των μετοχών κάποιου δείκτη. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή υπάρχει ο περιορισμός ότι τα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου είναι μόνο θετικά (δεν επιτρέπεται το short-selling). Τα βέλτιστα ποσοστά αυτά, ενός χαρτοφυλακίου βρίσκονται ελαχιστοποιώντας τη διακύμανση του σφάλματος παρακολούθησης για ένα σύνολο ιστορικών αποδόσεων ενός συγκεκριμένου δείκτη. Το συνολικό βέλτιστο χαρτοφυλάκιο εντοπίζεται, χρησιμοποιώντας έναν υβριδικό σχήμα γενετικού αλγορίθμου (γενετικός αλγόριθμος με μέθοδο τετραγωνικού προγραμματισμού) όπου κάθε χρωμόσωμα αντιπροσωπεύει το προαναφερθέν υποσύνολο των μετοχών του

δείκτη, η αντικειμενική συνάρτηση κάθε χρωμοσώματος αντιστοιχεί στη διακύμανση του σφάλματος εντοπισμού που επιτυγχάνεται με αυτό το υποσύνολο και το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο με την ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Επίσης χρησιμοποιείται μία άλλη μέθοδος, η οποία εφαρμόζεται στο στάδιο επιλογής μελών του υπάρχοντος πληθυσμού (tournament selection) και βασίζεται στην τυχαιότητα. Συμπερασματικά, το χαρτοφυλάκιο που βρέθηκε με την παραπάνω μέθοδο, είναι αρκετά καλύτερο από τα αντίστοιχα που βρέθηκαν με μέθοδο τυχαίας αναζήτησης, καθώς επίσης και από τα χαρτοφυλάκια, τα οποία αποτελούνται από μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης του δείκτη AEX. Επιπλέον, αποδεικνύεται πως η απόδοση των χαρτοφυλακίων, τα οποία αποτελούνται από μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης είναι κατώτερη από το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται με τον γενετικό αλγόριθμο. Η μελέτη αυτή δείχνει επίσης πως είναι πιο εύκολο να κατασκευαστεί κάποιο χαρτοφυλάκιο το οποίο να ακολουθεί έναν δείκτη που αποτελείται από περιορισμένο αριθμό μετοχών παρά κάποιον άλλον που αποτελείται από περισσότερες μετοχές. Επίσης, όσον αφορά το πρόβλημα που μελετάται στο άρθρο, να ακολουθείται ο δείκτης AEX, το κατάλληλο σχήμα είναι ο υβριδικός γενετικός αλγόριθμος με τον μηχανισμό (two-point bit equalizer crossover operator), ο οποίος αποτελεί έναν διαχειριστή που χρησιμοποιείται στους Γενετικούς αλγόριθμους προκειμένου να διασφαλίσει γενετική ποικιλομορφία. Το σχήμα αυτό δίνει λύσεις αρκετά κοντά στη βέλτιστη, σε σχετικά μικρό αριθμό γενιών (κατά μέσο όρο κάτω από 23).

Επιπλέον, το [35], πραγματεύεται με το πρόβλημα της παρακολούθησης ενός δείκτη. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα υβριδικό σχήμα το οποίο συνδυάζει έναν εξελικτικό αλγόριθμο με τετραγωνικό προγραμματισμό. Δοθέντων κάποιων μετοχών, ο τετραγωνικός προγραμματισμός υπολογίζει το βέλτιστο ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε καθεμιά από τις μετοχές. Το πρόβλημα της εύρεσης των κατάλληλων μετοχών επιλύεται με έναν γενετικό αλγόριθμο που χρησιμοποιεί το αποτέλεσμα της μεθόδου τετραγωνικού προγραμματισμού σαν αντικειμενική συνάρτηση. Η αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε είναι η διακύμανση του σφάλματος εντοπισμού (tracking error volatility). Οι περιορισμοί οι οποίοι λαμβάνονται υπόψη είναι ότι ο συνολικός αριθμός μετοχών του κάθε χαρτοφυλακίου (cardinality) ισούται με 5, παίρνουμε δηλαδή 5άδες μετοχών και το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου (weights) παίρνει τιμές από 0-1. Ωστόσο, υπήρχε κάποιο πρόβλημα στην επίλυση του προβλήματος το

οποίο ήταν ότι κάποιες μετοχές ήταν υψηλά συσχετισμένες. Στη μελέτη αυτή, προτείνεται ένα υβριδικό σχήμα για την επίλυση του προβλήματος. Το επιθυμητό υποσύνολο των μετοχών που πρέπει να περιέχεται στο χαρτοφυλάκιο βρίσκεται με γενετικούς αλγορίθμους. Η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται με μεθόδους τετραγωνικού προγραμματισμού. Η προτεινόμενη αυτή προσέγγιση, δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, αν και κάποιες μετοχές στο χώρο των λύσεων ήταν σε υψηλό βαθμό συσχετισμένες, πράγμα το οποίο οδήγησε τον αλγόριθμο να μη βρίσκει γρήγορα καλές λύσεις. Στο άρθρο προτείνεται η χρήση άλλων μεθόδων, όπως προσομοιωμένη απόκτηση<sup>4</sup>, ή η μέθοδος βελτιστοποίησης που βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας μιας αποικίας μυρμηγκιών (ant-colony optimization) όσον αφορά το συνδυαστικό μέρος του αλγορίθμου.

Το [18] ερευνά τον κίνδυνο και τη σχέση της απόδοσης σε ενεργητικά χαρτοφυλάκια (active portfolios) με περιορισμό στην μεταβλητότητα του σφάλματος εντοπισμού (tracking error volatility-TEV). Αυτή είναι η κλασική αντιμετώπιση των επενδυτών που ακολουθούν ενεργητική στρατηγική, δηλαδή έχουν σκοπό να «νικήσουν» κάποιο δείκτη. Ένα ζήτημα που υπάρχει σε τέτοιου είδους προβλήματα είναι πως ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου δεν λαμβάνει υπόψη στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, καταλήγοντας σε χαρτοφυλάκια τα οποία είναι αναποτελεσματικά, γι αυτό και πρέπει να εισαχθούν κάποιοι επιπλέον περιορισμοί στο πρόβλημα. Στόχος της παραπάνω μελέτης είναι να εξηγήσει ποιοι πρέπει να είναι οι περιορισμοί αυτοί. Ένα σημαντικό ζήτημα είναι να περιοριστεί η συνολική μεταβλητότητα (volatility) του χαρτοφυλακίου έτσι ώστε να μην είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του δείκτη που ο επενδυτής θέλει να «νικήσει». Ακόμη, ένας επιπλέον περιορισμός μπορεί να αναφέρεται στην μεταβλητότητα του σφάλματος εντοπισμού (Tracking Error Volatility). Το άρθρο αυτό, δίνει αναλυτικές λύσεις για τη σχέση απόδοσης- κινδύνου για χαρτοφυλάκια που υπόκεινται σε περιορισμό της διακύμανσης του σφάλματος εντοπισμού. Αυτή η αναλυτική λύση επιτρέπει να ερευνηθούν περαιτέρω κάποιοι επιπλέον περιορισμοί στο πρόβλημα που εξετάζεται.

Επιπλέον, στο [28], αναλύονται κάποιες ευρετικές τεχνικές για προβλήματα επιλογής χαρτοφυλακίου υπό κάποιους συγκεκριμένους περιορισμούς. Ειδικότερα, το

---

<sup>4</sup> Στοχαστική μεθευρετική μέθοδος ευρείας χρήσης για προβλήματα εύρεσης του ολικού βέλτιστου. Η μέθοδος αυτή κάνει μια ικανοποιητική προσέγγιση στο ολικό βέλτιστο μιας αντικειμενικής συνάρτησης σε ένα μεγάλο χώρο λύσεων.

πρόβλημα που εξετάζεται στο άρθρο αυτό είναι εκείνο της επιλογής του κατάλληλου χαρτοφυλακίου το οποίο δίνει στον επενδυτή την κατάλληλη ισορροπία προσδοκώμενης απόδοσης και κινδύνου. Ως αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνουμε εκείνη του Markowitz και επίσης συμπεριλαμβάνουμε και δυο βασικούς περιορισμούς: περιορισμός στον αριθμό των μετοχών του χαρτοφυλακίου (Cardinality constraint) και περιορισμός στην ανώτατη και κατώτατη τιμή του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε μετοχή του χαρτοφυλακίου (quantity constraint). Οι ευρετικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για τη λύση του προβλήματος είναι η μέθοδος Αναρρίχησης Λόφου (hill climbing- HC), προσομοιωμένη ανόπτηση (Simulated Annealing) και η Αναζήτηση Ταμπού (tabu search- TS). Επιπλέον, το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου λαμβάνει τιμές από 0.1 έως 1 (floor και ceiling constraints) αντίστοιχα. Τα χαρτοφυλάκια που σχηματίζονται είναι των 10 μετοχών. Τα συμπεράσματα που εξάγονται από το άρθρο βάσει των αποτελεσμάτων από τα πειράματα που διεξήχθησαν είναι πως όταν οι επιλεγμένες μετοχές του χαρτοφυλακίου είναι πάνω από 30, οι διαφορές στα αποτελέσματα που δίνει ο αλγόριθμος είναι αμελητέες. Το άρθρο αυτό είναι μια πρώτη προσέγγιση του προβλήματος και υπάρχει πεδίο για περαιτέρω έρευνα, όπως δημιουργία υβριδικών αλγορίθμων με άλλες μεθόδους όπως για παράδειγμα γενετικοί αλγόριθμοι και εφαρμογή των μεθόδων που περιγράφηκαν και σε άλλα προβλήματα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου. Από τις μεθόδους που εξετάστηκαν στο άρθρο αυτό, η περισσότερο υποσχόμενη ήταν η έρευνα ταμπού (tabu search).

Στο [33], εξετάζεται το κλασσικό πρόβλημα του Markowitz (ελαχιστοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου και η μεγιστοποίηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου). Το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου (weights) παίρνει τιμές από 0-1. Χρησιμοποιούνται εξελικτικοί αλγόριθμοι και ειδικότερα, οι εξής μέθοδοι: γενετικοί αλγόριθμοι (GA) και διάφορες εξελικτικές στρατηγικές (evolutionary strategies- ES). Ακόμη περιγράφεται μια εξελιγμένη μορφή αυτών των μεθόδων (Knapsack-GA, Knapsack-ES). Ακόμη, χρησιμοποιήθηκαν μιμητικοί αλγόριθμοι (Memetic Algorithms) σε συνδυασμό με τη μέθοδο του Λαμαρκισμού<sup>5</sup> (Lamarckism). Τα cardinalities που εξετάζονται είναι 6, 4 και 2. Συμπερασματικά, από το παραπάνω άρθρο είναι γεγονός πως ο εξελιγμένος γενετικός αλγόριθμος που

---

<sup>5</sup> Θεωρία που πρεσβεύει πως ένας οργανισμός μπορεί να μεταβιβάσει επίκτητα χαρακτηριστικά στο γόνό του (heritability of acquired characteristics ή soft inheritance).

ενσωματώνει επιπλέον μηχανισμούς αναζήτησης (Knapsack-GA, Knapsack-ES), οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την εύρεση του κατάλληλου συνδυασμού μετοχών δίνουν αρκετά καλύτερες λύσεις από τον γενετικό αλγόριθμο χωρίς τους προαναφερθέντες μηχανισμούς. Ειδικότερα, ο μηχανισμός Knapsack-ES φάνηκε να είναι καλύτερος από τον Knapsack-GA. Επίσης, το ίδιο αποτέλεσμα είχε η χρήση του υβριδικού σχήματος των μιμητικών αλγορίθμων με τη μέθοδο του Λαμαρκισμού.

Επιπλέον, το [17] περιγράφει πως μια προσέγγιση γενετικού αλγορίθμου σε συνδυασμό με τη διαδικασία της προσομοιωμένης απόπτωσης δίνει μία καλύτερη εναλλακτική στην εύρεση του αποτελεσματικού συνόρου<sup>6</sup> στη διαδικασία επιλογής χαρτοφυλακίου απ' ότι μια απλή προσομοιωμένη απόπτωση. Από το αποτέλεσμα, βλέπουμε πως όταν αυξάνονται οι περιορισμοί στο πρόβλημα, αυξάνεται ο απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση του καλύτερου χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής, έδειξαν ότι από τη στιγμή που προστίθενται επιπλέον περιορισμοί, αυξάνεται και ο απαιτούμενος χρόνος για να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Ένα μοντέλο με πολλούς περιορισμούς, προκαλεί «θόρυβο» όταν ερευνάται το αποτελεσματικό σύνορο. Ο «θόρυβος» αυτός είναι ένα επιπλέον πρόβλημα για τους λήπτες αποφάσεων διότι μια μικρή αλλαγή στις αναμενόμενες αποδόσεις επιφέρει πολύ μεγάλες αλλαγές στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Ακόμη αποδείχθηκε πως ο εξελιγμένος γενετικός αλγόριθμος μπορεί να λύσει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου πιο αποτελεσματικά από τις κλασικές προσεγγίσεις των εξελικτικών αλγορίθμων, επειδή ο αλγόριθμος αυτός έχει τη δυνατότητα να εξερευνεί καλύτερα τον χώρο των λύσεων.

Επίσης, το, [22] σε σχετική μελέτη τους το 2003, ασχολείται με το πρόβλημα του Markowitz, όπου ισχύουν οι παρακάτω περιορισμοί στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου παίρνει τιμές από 0.1 έως 1 (floor και ceiling constraints) αντίστοιχα. Για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό, εφαρμόζεται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος στον οποίο ένας πληθυσμός κρυστάλλων χρησιμοποιείται για να βρει τη βέλτιστη σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Κάθε κρύσταλλος αντιπροσωπεύει ένα χαρτοφυλάκιο όπου η δομή του κρυστάλλου αναπαριστά τις μετοχές μαζί με τα αντίστοιχα ποσοστά κεφαλαίου που επενδύονται σε κάθε μετοχή που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Ο αλγόριθμος ξεκινά με μια τυχαία

---

<sup>6</sup> Το σύνορο του συνόλου των μέσων τιμών και των διακυμάνσεων των αποδόσεων όλων των χαρτοφυλακίων των μετοχών που έχουμε στη διάθεσή μας.

αρχικοποίηση των κρυστάλλων, η δομή των οποίων είναι ακόμη τυχαία και έγκυρη όσον αφορά τους περιορισμούς. Αυτό επιτυγχάνεται με την επιλογή κάποιων μετοχών ( $k$ ) από τις  $N$  διαθέσιμες μετοχές. Στις επιλεγμένες μετοχές τοποθετούνται τυχαία ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου. Μετά από κάποιες επαναλήψεις του αλγορίθμου, επιλέγεται το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο μαζί με τα αντίστοιχα ποσοστά αυτά. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τη μέθοδο της προσομοιωμένης απόπτωσης (simulated annealing- SA), καθώς επίσης και με μια εξελιγμένη μορφή αυτής (GSA). Το υβριδικό σχήμα δίνει καλύτερες ποιοτικά λύσεις. Επίσης ο αλγόριθμος είναι αρκετά ευέλικτος όσον αφορά επεκτάσεις στο υπάρχον μοντέλο, εισάγοντας επιπλέον περιορισμούς.

Μια διαφορετική προσέγγιση έγινε στο [5]. Στο άρθρο αυτό προτείνεται ο συνδυασμός διαφορετικών εξελικτικών αλγορίθμων με τον αλγόριθμο κρίσιμης γραμμής<sup>7</sup> (critical line algorithm), για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων επιλογής χαρτοφυλακίου με μη γραμμικούς περιορισμούς. Η βασική ιδέα είναι να διαχειριστεί ο εξελικτικός αλγόριθμος τους μη γραμμικούς περιορισμούς και να χωρίσει το πρόβλημα σε υποπροβλήματα με γραμμικούς περιορισμούς. Αυτά μπορούν να λυθούν με έναν αλγόριθμο της κρίσιμης γραμμής. Η συνολική λύση του προβλήματος θα είναι ο συνδυασμός των λύσεων στα ξεχωριστά προβλήματα με γραμμικούς περιορισμούς. Ένας συγκεκριμένος τύπος εξελικτικού αλγορίθμου (envelope-based multi-objective evolutionary algorithm<sup>8</sup> (EMOEA) ) χρησιμοποιείται στο άρθρο αυτό, όπως και σε ένα ευρύτερο πλαίσιο προβλημάτων επιλογής χαρτοφυλακίου. Συνδυάζει την ικανότητα του αλγορίθμου της κρίσιμης γραμμής για τον υπολογισμό του συνεχούς χώρου με την ικανότητα των εξελικτικών αλγορίθμων (multi-objective evolutionary algorithms<sup>9</sup> (MOEA) ) να λαμβάνουν υπόψη περίπλοκους περιορισμούς και να παράγουν πολλαπλές λύσεις σε κάθε γενιά. Η κύρια ιδέα του άρθρου είναι να χρησιμοποιήσει τον MOEA για να ορίσει

---

<sup>7</sup> Ο αλγόριθμος αυτός αναπτύχθηκε από τον Markowitz και μας επιτρέπει να καθορίσουμε το αποτελεσματικό σύνορο, όταν η διακύμανση του ποσοστού του επενδυμένου κεφαλαίου διέπεται από περιορισμούς τύπου ανισότητας.

<sup>8</sup> Συνδυάζει την επάρκεια του αλγορίθμου της κρίσιμης γραμμής για να υπολογίζει όλο το συνεχές σύνορο και την ικανότητα των εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι εφαρμόζονται σε προβλήματα με πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις.

<sup>9</sup> Τύπος εξελικτικού αλγορίθμου ο οποίος λαμβάνει υπόψη τους περίπλοκους περιορισμούς και παράγει λύσεις με ένα μόνο «τρέξιμο».

κατάλληλους υποχώρους του ολόκληρου χώρου λύσεων, να εκτελέσει τον αλγόριθμο της κρίσιμης γραμμής σε κάθε έναν υποχώρο και να γίνει έπειτα ένας επαναπροσδιορισμός των επιμέρους λύσεων για να σχηματιστεί η τελική λύση. Το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου παίρνει τιμές από 0-1. Γίνεται, λοιπόν, στα πειράματα και μία σύγκριση μεταξύ ΕΜΟΕΑ και Ρ-ΜΟΕΑ (point-based MOEA). Στα αποτελέσματα του προβλήματος ο ΕΜΟΕΑ υπερτερεί σε γενικές γραμμές έναντι του Ρ-ΜΟΕΑ. Συμπερασματικά, θα λέγαμε πως τα είδη των προβλημάτων που έχουν εξεταστεί κινούνται σε δύο κατευθύνσεις.

- Στόχος της επιλογής χαρτοφυλακίου (ενεργητική ή παθητική στρατηγική).
- Επιλογή βέλτιστου χαρτοφυλακίου υπό ορισμένους περιορισμούς.

Το [8], επικεντρώθηκε στην επίλυση του προβλήματος επιλογής χαρτοφυλακίου και υπολογισμός του αποτελεσματικού συνόρου του χαρτοφυλακίου αυτού. Χρησιμοποιήθηκε ένα μοντέλο, βασισμένο στο αντίστοιχο του Markowitz, το οποίο όμως, περιλαμβάνει περιορισμούς όσον αφορά τον αριθμό των μετοχών, καθώς επίσης και περιορισμούς που σχετίζονται με το ανώτατο και κατώτατο όριο του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχεί σε κάθε μετοχή του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου. Η μελέτη γίνεται για χαρτοφυλάκια των 10 μετοχών, ενώ το ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου κυμαίνεται από 0 μέχρι 1. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη αυτή, για την εύρεση του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου για κάθε μετοχή του δεδομένου χαρτοφυλακίου, βασίζεται στον τρόπο που λειτουργούν τα σμήνη στο φυσικό περιβάλλον (Particle Swarm Optimization-PSO). Τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου συγκρίνονται με άλλες παραδοσιακές μεθόδους (γενετικοί αλγόριθμοι, προσομοιωμένη ανόπτηση και tabu search). Όταν τίθενται προβλήματα επιλογής χαρτοφυλακίου και ο επενδυτής προτιμά εκείνα με χαμηλά επίπεδα επενδυτικού κινδύνου, η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε στο άρθρο δίνει καλύτερες λύσεις από τις άλλες μεθόδους.

Ακόμη, το [12] σε μελέτη τους το 2007, περιγράφει τη χρησιμότητα κάποιων αλγοριθμικών μεθόδων που ο τρόπος λειτουργίας τους είναι εμπνευσμένος από τη φύση, καθώς επίσης και διάφορες εφαρμογές τους όσον αφορά προβλήματα βελτιστοποίησης στο πεδίο της οικονομίας. Στόχος του άρθρου είναι η περιγραφή κάποιων από αυτές τις μεθόδους (ant colony optimization-ACO και particle swarm optimization-PSO). Μερικές εφαρμογές των μεθόδων αυτών που περιγράφονται σ'

αυτό το άρθρο είναι η λήψη αποφάσεων στα παρακάτω ζητήματα. Πρόβλεψη οικονομικής κρίσης, βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίων, συστήματα αξιολόγησης πιστοληπτικής ικανότητας (credit scoring) και επενδυτικές αποφάσεις. Συμπερασματικά, οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιούνται σε αρκετές περιπτώσεις. Επιπλέον, ο στόχος των παραπάνω αλγορίθμων είναι να βελτιστοποιήσουν τις παραμέτρους της εκάστοτε μεθόδου που χρησιμοποιείται, προκειμένου να επιλύσει πιο αποτελεσματικά το χρηματοοικονομικό πρόβλημα.

Στη συνέχεια, ακολουθούν κλασσικές προσεγγίσεις οι οποίες καταλήγουν σε κάποια μοντέλα, όσον αφορά την επιλογή χαρτοφυλακίου καθώς επίσης και κάποιες τεχνικές αξιολόγησης αυτού.

Μια προσέγγιση περιγράφεται στο [35], η οποία είναι ο αλγόριθμος EGP, που μπορεί να εφαρμοστεί με ελάχιστες τροποποιήσεις για την επίλυση προβλημάτων επιλογής χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με διάφορα μέτρα αξιολόγησης. Με το μοντέλο αυτό, επιλέγεται το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο από ένα δείκτη, σύμφωνα με ορισμένα κριτήρια, χωρίς πολύπλοκες μαθηματικές μεθόδους. Στο συγκεκριμένο άρθρο χρησιμοποιείται ο δείκτης Sharpe, ως μέτρο αξιολόγησης των μετοχών. Βέβαια, γίνονται οι υποθέσεις πως μόνο ένα χαρτοφυλάκιο είναι το καλύτερο όλων, ότι όλοι οι επενδυτές έχουν τις ίδιες αναμενόμενες αποδόσεις και θα επιλέξουν το χαρτοφυλάκιο τους σύμφωνα με το παραπάνω μοντέλο και ότι οι επενδυτές όταν έχουν (ή πιστεύουν πως έχουν) πολύ καλή πληροφόρηση όσον αφορά κάποιες μετοχές, τις επιλέγουν. Αυτό δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα όμως, διότι οι επενδυτές έχουν διαφορετικούς στόχους. Στο μοντέλο, εξετάζονται οι περιπτώσεις όταν το *short-selling* επιτρέπεται και όταν όχι.

Επίσης στο [14], αναλύονται τα περισσότερα μέτρα αξιολόγησης των μετοχών. Ειδικότερα, περιγράφεται ο δείκτης Sortino και γίνεται αντιληπτός ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται ο συγκεκριμένος δείκτης στην παρούσα εργασία. Ειδικότερα, τα περισσότερα μέτρα, όπως ο δείκτης Sharpe, δίνουν βαρύτητα εξίσου στις διακυμάνσεις και των θετικών (οδηγούν σε επιπλέον θετικές αποδόσεις), αλλά και των αρνητικών αποδόσεων (οδηγούν σε επιπλέον αρνητικές αποδόσεις). Ο δείκτης Sortino αποτελεί μια «βελτίωση» του προαναφερθέντος δείκτη, διότι λαμβάνει υπόψη μόνο τις διακυμάνσεις των αρνητικών αποδόσεων. Αυτό γίνεται διότι κάποιον επενδυτή, πρακτικά, τον ενδιαφέρει να μην έχει αποδόσεις υπερβολικά αρνητικές. Αντιθέτως, δεν θα είναι ζημιογόνο για αυτόν εάν προκύψουν επιπλέον θετικές αποδόσεις. Συνεπώς, έχει περισσότερο νόημα να εξασφαλίσει με κάποιο τρόπο να μη

έχει αρνητική απόδοση το χαρτοφυλάκιό του. Είναι, λοιπόν, σχεδόν ίδιος με τον δείκτη Sharpe, με τη σημαντική διαφορά ότι η διακύμανση του σφάλματος παρακολούθησης υπολογίζεται μόνο από τις αρνητικές αποδόσεις.

### 2.3. Βασικά συμπεράσματα

---

Οι μελέτες που αναλύονται παραπάνω, είναι από το γνωστικό πεδίο της διαχείρισης χαρτοφυλακίου και περιλαμβάνουν στρατηγικές παθητικής, καθώς επίσης και ενεργητικής διαχείρισης. Επίσης, χρησιμοποιούνται αρκετές μεθευρετικές μέθοδοι, κατά κύριο λόγο εξελικτικές αλλά και αλγόριθμοι οι οποίοι εμπνέονται από φυσικά συστήματα. Σε όλες τις μελέτες, χρησιμοποιούνται υβριδικά σχήματα εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι ενσωματώνουν επιπλέον κάποιους ευρετικούς μηχανισμούς τοπικής αναζήτησης. Οι αλγόριθμοι των παραπάνω περιπτώσεων λοιπόν, είναι κατά μεγάλο ποσοστό γενετικοί, με κάποιες τροποποιήσεις ανάλογα με τη φύση του προβλήματος που εξετάζεται. Επίσης, οι αλγόριθμοι αυτοί χρησιμοποιούνταν κυρίως για την εύρεση των βέλτιστων μετοχών. Αυτό βέβαια, σε συνδυασμό με κάποιες άλλες τεχνικές, όπως τετραγωνικός προγραμματισμός ή προσομοιωμένη απόκτηση, οι οποίες χρησιμοποιούνταν για την εύρεση του βέλτιστου ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε μετοχή, από αυτές που έχει επιλέξει ο εξελικτικός αλγόριθμος. Αξίζει επίσης να αναφέρουμε ότι στα άρθρα που αναλύονται, εξετάζονται διάφορες αντικειμενικές συναρτήσεις, καθώς επίσης και διάφοροι περιορισμοί, οι οποίοι σε αρκετές μελέτες είναι κοινοί. Πιο συγκεκριμένα, οι περιορισμοί στα άρθρα που αναλύονται ανωτέρω, μπορούν να κατηγοριοποιηθούν στους εξής τύπους:

- Περιορισμός σε αριθμό μετοχών στο επιλεγμένο χαρτοφυλάκιο (*cardinality constraint*).
- Ποσοτικοί περιορισμοί, οι οποίοι αναφέρονται στο ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε μετοχή του χαρτοφυλακίου (*quantity constraints*).

Τέλος, αναλύεται μια εναλλακτική προσέγγιση για την επιλογή βέλτιστου χαρτοφυλακίου, στην οποία χρησιμοποιούνται οι EGP αλγόριθμοι. Επιπλέον, παρουσιάζεται ο δείκτης Sortino (αναλύεται στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο της εργασίας), ένας

δείκτης που εκφράζει με πληρέστερο τρόπο, αυτό που ενδιαφέρει τον επενδυτή (να περιορίζονται οι διακυμάνσεις των αρνητικών αποδόσεων).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

---

### 3.1. Περιγραφή αλγορίθμου Ant Colony Optimization (ACO)

---

Οι αποικίες των μυρμηγκιών και γενικότερα οι κοινωνίες των εντόμων, είναι κατανομημένα συστήματα, τα οποία παρόλη την απλότητα του κάθε μυρμηγκιού, ή εντόμου ξεχωριστά, παρουσιάζουν μια δομημένη κοινωνική οργάνωση<sup>10</sup> και μάλιστα, σε πολύ υψηλό βαθμό. Ως αποτέλεσμα αυτής της οργάνωσης, οι αποικίες των μυρμηγκιών έχουν τη δυνατότητα να φέρουν σε πέρας περίπλοκα καθήκοντα, τα οποία σε μερικές περιπτώσεις μπορούν να υπερβούν κατά πολύ τις ικανότητες ενός μεμονωμένου μυρμηγκιού.

Είναι φανερό ότι οι ικανότητες των εντόμων, μεμονωμένα, δεν είναι δυνατό να εμφανίσουν ένα αρμονικά δομημένο αποτέλεσμα, όπως το κτίσιμο των φωλιών ή την εύρεση της συντομότερης διαδρομής μεταξύ δύο σημείων. Επιπρόσθετα, είναι πολύ σημαντικό το γεγονός ότι τα κοινωνικά έντομα επιτελούν αυτές τις εργασίες με μεγάλη ευελιξία και προσαρμοστικότητα (*flexibility*): μπορούν να προσαρμόζονται στις εκάστοτε συνθήκες του περιβάλλοντος, αλλά και στιβαρότητα (*robustness*): μπορούν να ολοκληρώσουν οποιαδήποτε συλλογική εργασία ακόμα και αν κάποια άτομα αποτύχουν [42].

Το μυστικό της «επιτυχημένης» διεκπεραίωσης συλλογικών εργασιών και μάλιστα με βέλτιστο τρόπο βρίσκεται στην αυτο-οργάνωση (*self-organization- SO*) των εντόμων. Στα *SO* μοντέλα γίνεται η βασική θεώρηση ότι το κάθε άτομο-έντομο είναι ένας απλός «πράκτορας» (*agent*) που μπορεί να διεκπεραιώσει μόνο απλές λειτουργίες. Η θεώρηση αυτή δεν λαμβάνει υπόψη την περίπλοκη δομή του μεμονωμένου εντόμου<sup>11</sup> [42].

---

<sup>10</sup> Έντομα που ζουν σε αποικίες και η γενικότερη συμπεριφορά τους κατευθύνεται από την ανάγκη επιβίωσης της ομάδας και όχι του μεμονωμένου ατόμου.

<sup>11</sup> Κάθε μεμονωμένο έντομο, από όλα τα είδη των εντόμων, εμφανίζει αρκετά περίπλοκη δομή χρησιμοποιώντας πληθώρα αισθητηρίων οργάνων ώστε να συγκεντρώνει πληροφορίες από το περιβάλλον του και να λαμβάνει τις ανάλογες αποφάσεις.

Από την παρατήρηση της συμπεριφοράς των πραγματικών μυρμηγκιών προκύπτουν διάφορα μαθηματικά υποδείγματα, τα οποία αναφέρονται σε ξεχωριστές φυσικές λειτουργίες. Αυτά τα υποδείγματα χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό καινοτόμων αλγορίθμων για ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων.

Η κύρια ιδέα είναι ότι η ατομική πειθαρχία που έχει το κάθε μέλος της αποικίας, η οποία και επιτρέπει το συντονισμό της αποικίας των πραγματικών μυρμηγκιών, μπορεί να ληφθεί υπόψη έτσι ώστε να συντονιστούν πληθυσμοί τεχνητών μυρμηγκιών-«πρακτόρων» οι οποίοι συνεργάζονται για να λύσουν υπολογιστικά προβλήματα. Αρκετά ζητήματα, διαφορετικού περιεχομένου, σχετικά με τη συμπεριφορά των αποικιών των μυρμηγκιών, έχουν επηρεάσει διαφορετικά είδη αλγορίθμων που βασίζονται στον τρόπο λειτουργίας των μυρμηγκιών. Σε όλους τους αλγορίθμους αυτούς, τα μυρμηγκία συντονίζουν τις δραστηριότητές τους μέσω της στιγμεργίας<sup>12</sup> (*stigmergy*). Για παράδειγμα, ένα μυρμηγκί που ψάχνει για τροφή αποθέτει μια χημική ουσία στο έδαφος, η οποία αυξάνει την πιθανότητα να ακολουθήσουν και τα υπόλοιπα μυρμηγκία αυτό το μονοπάτι [42].

Ένα από τα πιο επιτυχημένα παραδείγματα αλγορίθμων που βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας των μυρμηγκιών είναι γνωστός ως «αλγόριθμος βελτιστοποίησης, ο οποίος βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας μιας φυσικής αποικίας μυρμηγκιών» (*Ant Colony Optimization-ACO*).

Στις αρχές της δεκαετίας του '90, ο ACO (*Ant Colony Optimization*) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον M. Dorigo και τους συνεργάτες του, [11] ως μια καινοτόμα μεθευρετική μέθοδος, εμπνευσμένη από το φυσικό κόσμο, για τη λύση πολύπλοκων και συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης (*CO problems*). Ο ACO, ανήκει στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι είναι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για να βρεθούν σε ικανοποιητικό βαθμό καλές λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα βελτιστοποίησης, σε ένα λογικό χρονικό διάστημα υπολογισμών. Άλλα παραδείγματα μεθευρετικών αλγορίθμων είναι η Αναζήτηση Ταμπού (*Tabu Search*<sup>13</sup> - TS), Προσομοιωμένη Ανόπτηση<sup>14</sup> (*Simulated Annealing*) και Εξελικτικοί αλγόριθμοι<sup>15</sup> (*Evolutionary Algorithms*).

---

<sup>12</sup> Διαδικασία έμμεσης επικοινωνίας των εντόμων. Προέρχεται από τις ελληνικές λέξεις **στίγμα** (*stigma*) και **έργο** (*ergo*).

<sup>13</sup> Ο TS είναι ένας αλγόριθμος τοπικής έρευνας που χρησιμοποιείται για να καθοδηγήσει την έρευνα άλλων αλγορίθμων, όπως για παράδειγμα του SA. Πρακτικά εισάγει μια μορφή «μνήμης» στον

Η πηγή έμπνευσης όσον αφορά τον ACO, είναι η συμπεριφορά των πραγματικών μυρμηγκιών όταν ψάχνουν για τροφή. Όταν κάνουν αυτή την ενέργεια, τα μυρμηγκία αρχικά εξερευνούν την περιοχή που περιβάλλει τη φωλιά τους με έναν τυχαίο τρόπο. Μόλις ένα μυρμηγκί βρει μια πηγή τροφής, αξιολογεί την ποιότητα και την ποσότητα του φαγητού και μεταφέρει λίγη ποσότητα πίσω στη φωλιά. Κατά τη διάρκεια της επιστροφής στη φωλιά, το μυρμηγκί αποθέτει ίχνη φερομόνης (χημική ουσία). Η ποσότητα της φερομόνης που αφήνει, η οποία μπορεί να εξαρτάται από την ποιότητα και την ποσότητα του φαγητού, οδηγεί τα υπόλοιπα μυρμηγκία στην πηγή της τροφής.

Έτσι, με αυτή την έμμεση επικοινωνία μεταξύ τους (μέσω της φερομόνης<sup>16</sup> που αφήνουν), τα μυρμηγκία είναι σε θέση να βρουν κοντινότερα μονοπάτια μεταξύ της φωλιάς τους και διαφόρων πηγών τροφής. Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται και στην *Εικόνα 2*.

---

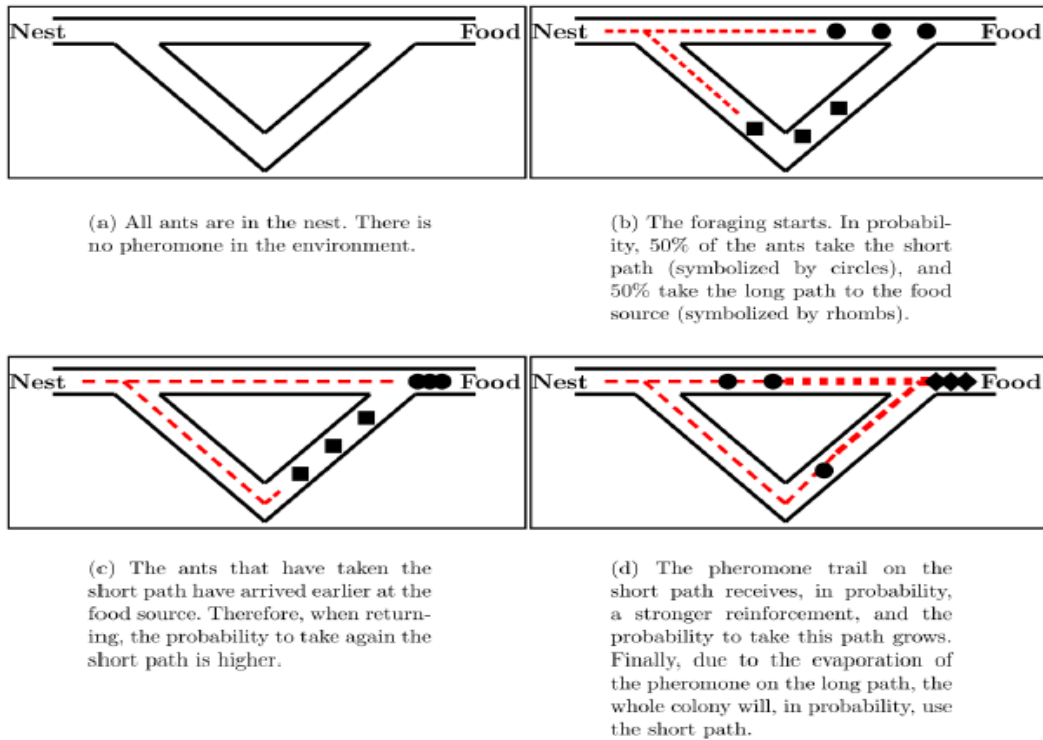
βασικό αλγόριθμο η οποία χρησιμοποιείται για την απομνημόνευση των προηγούμενων βημάτων της διαδικασίας βελτιστοποίησης και ιδιαίτερα αυτών που βελτίωσαν τη λύση του προβλήματος.

<sup>14</sup> Η Προσομοιωμένη Ανόπτηση (SA) βασίζεται στο φυσικό φαινόμενο της αποκατάστασης της ισορροπίας ενός μετάλλου σε φυσικοχημικό επίπεδο ή επίπεδο δομής κατά την αργή απόψυξη του από μια αρχική θερμοκρασία  $T_s$  σε μια τελική  $T_a$ .

<sup>15</sup> Η βασική ιδέα για την ανάπτυξη τους έχει προέλθει από την ίδια την φύση και τους μηχανισμούς φυσικής εξέλιξης των ειδών

<sup>16</sup> Η φερομόνη (*pheromone*) είναι μια χημική ουσία την οποία εκλύουν τα ζώα και τα έντομα για να

επικοινωνήσουν έμμεσα με τα άλλα μέλη είδους τους.



**Εικόνα 2:** Απεικόνιση της ικανότητας των μυρμηγκιών να μπορούν να βρύνουν κοντινότερα μονοπάτια προς την τροφή τους.

Πηγή: Blum Christian, 2005, “*Ant colony optimization: Introduction and recent trends*”, pp. 256.

Μεταξύ της φωλιάς και της πηγής φαγητού υπάρχουν 2 μονοπάτια, διαφορετικού μήκους. Επίσης, τα ίχνη που αφήνουν με τη φερομόνη, φαίνονται με την κόκκινη διακεκομμένη γραμμή. Όσο εντονότερη είναι, τόσο ισχυρότερη είναι και η φερομόνη.

Το χαρακτηριστικό αυτό των φυσικών αποικιών μυρμηγκιών, επεκτείνεται σε τεχνητές αποικίες, με σκοπό να λυθούν δύσκολα CO προβλήματα.

Ένα CO πρόβλημα [3],  $P = (S, f)$  είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο δίνεται ένα πεπερασμένο σύνολο λύσεων  $S$  (χώρος λύσεων – search space) και μια αντικειμενική συνάρτηση  $f: S \rightarrow \mathbb{R}^+$  η οποία προσδίδει μια θετική τιμή σε κάθε σύνολο λύσεων. Ο στόχος είναι είτε να βρεθεί μια λύση με την ελάχιστη δυνατή τιμή ή μια αρκετά καλή λύση σε ένα ικανοποιητικό χρονικό διάστημα.

Προκειμένου να μετατραπούν τα φυσικά βιολογικά μοντέλα σε τεχνητά «αλγοριθμικά», δηλαδή σε υπολογιστικά εργαλεία για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, θα πρέπει να γίνουν ορισμένες παραδοχές. Τα τεχνητά μυρμηγκία

θα αποτελούν μια απλοποίηση των πραγματικών μυρμηγκιών αλλά και θα εμπλουτιστούν με επιπρόσθετες ιδιότητες που δεν εμφανίζονται στα φυσικά μυρμήγκια και θα καθορίζονται από το αντίστοιχο πρόβλημα προς λύση ή από τις ανάγκες του χρήστη για γρήγορη σύγκλιση.

Όπως αναφέρθηκε, οι αλγόριθμοι ACO ανήκουν στην κατηγορία των μεθευρετικών αλγορίθμων και επομένως, κύρια επιδίωξή τους είναι να επιτύχουν τον 2<sup>ο</sup> στόχο που αναφέραμε (ελαχιστοποίηση χρόνου υπολογισμού). Το κύριο συστατικό ενός αλγορίθμου ACO είναι ένα παραμετροποιημένο πιθανοθεωρητικό μοντέλο, το οποίο ονομάζεται μοντέλο φερομόνης (*pheromone model*) [11]. Το μοντέλο φερομόνης αποτελείται από ένα διάνυσμα παραμέτρων  $T$  (*pheromone trail parameters*). Οι παράμετροι αυτοί  $T_i \in T$ , οι οποίες συνήθως σχετίζονται με επιμέρους μέρη των λύσεων, παίρνουν τιμές  $r_i$  (*pheromone values*). Οι τιμές της φερομόνης ενημερώνονται βάση των λύσεων που παράγονται σε κάθε επανάληψη, καθώς επίσης και των προηγούμενων τιμών τους.

Η ενημέρωση αυτή έχει στόχο να συγκεντρώσει την έρευνα σε περιοχές του διαστήματος που περιέχουν υψηλής ποιότητας λύσεις. Προπαντός, η ενίσχυση των στοιχείων των ποιοτικών λύσεων, είναι ένα σημαντικό συστατικό των αλγορίθμων ACO. Θεωρεί πως οι καλές λύσεις αποτελούνται από καλά επιμέρους στοιχεία. Η γνώση των στοιχείων των ποιοτικά καλών λύσεων μπορεί να βοηθήσει στο να βρεθούν ακόμη καλύτερες λύσεις. Γενικά, με την προσέγγιση του ACO γίνεται προσπάθεια για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, επαναλαμβάνοντας τα ακόλουθα 2 βήματα:

- Κατασκευάζονται υποψήφιες λύσεις χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο φερομόνης (*pheromone model*), που είναι, μια παραμετροποιημένη κατανομή πιθανότητας σε όλο το χώρο λύσεων.
- Οι υποψήφιες λύσεις χρησιμοποιούνται για να τροποποιήσουν τις τιμές της φερομόνης (*pheromone values*) με τέτοιο τρόπο ώστε οι περιοχές καλύτερων λύσεων να συγκεντρώνουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιλογής σε

μεταγενέστερες επαναλήψεις. Απώτερος στόχος είναι να εξασφαλιστούν υψηλής ποιότητας<sup>17</sup> λύσεις.

Σαν ένα πρώτο βήμα έναντι ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης σε διακριτό χρόνο, αναλύεται ένα απλοποιημένο μοντέλο του φαινομένου, όπως ακριβώς στην *Εικόνα 1*. Αφού γίνει η παράθεση και η επεξήγηση του μοντέλου, θα υποδειχθούν οι διαφορές μεταξύ αυτού του μοντέλου και της συμπεριφοράς μιας φυσικής αποικίας μυρμηγκιών.

Αρχικά, το μοντέλο αποτελείται από ένα γράφημα  $G = (V, E)$ , όπου το  $V$  περιλαμβάνει 2 κόμβους. Τον  $u_s$  (η φωλιά των μυρμηγκιών) και τον  $u_d$  (η πηγή του τροφής). Επιπλέον, το  $E$  αποτελείται από δυο συνδέσμους, τους  $e_1$  και  $e_2$ , μεταξύ των  $u_s$  και  $u_d$ . Το  $e_1$  έχει μήκος  $l_1$ , ενώ το  $e_2$  έχει μήκος  $l_2$ , τέτοια ώστε  $l_2 > l_1$ . Δηλαδή, το  $e_1$  αντιπροσωπεύει το κοντινό μονοπάτι, ενώ το  $e_2$ , το μακρινό. Τα μυρμηγκία στη φύση, αποθέτουν φερομόνη στα μονοπάτια που κινούνται. Έτσι, τα ίχνη της φερομόνης μοντελοποιούνται ως ακολούθως. Θέτουμε μια τεχνητή μεταβλητή  $r_i$  για κάθε έναν από τους 2 συνδέσμους  $e_i$ ,  $i=1, 2$ . Αυτή η τιμή δείχνει τη δύναμη που έχει το ίχνος της φερομόνης στο αντίστοιχο μονοπάτι. Τέλος, θέτουμε  $n_a$  τεχνητά μυρμηγκία. Κάθε μυρμηγκί συμπεριφέρεται ως ακολούθως:

Ξεκινώντας από το  $u_s$  (π.χ. τη φωλιά του), ένα μυρμηγκί επιλέγει με πιθανότητα

$$p_i = \frac{r_i}{r_1 + r_2}, i = 1, 2$$

μεταξύ των μονοπατιών  $e_1$  και  $e_2$  για να φτάσει στην πηγή του φαγητού  $u_d$ .

Προφανώς, αν  $r_1 > r_2$ , η πιθανότητα το μυρμηγκί να επιλέξει το  $e_1$  είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της επιλογής του  $e_2$ . Για να επιστρέψει από το  $u_d$  στο  $u_s$ , το μυρμηγκί χρησιμοποιεί το ίδιο μονοπάτι που επέλεξε για να φτάσει στο  $u_d$  και αλλάζει την τιμή της τεχνητής μεταβλητής της φερομόνης, ανάλογα το μονοπάτι που ακολούθησε. Αναλυτικότερα, έχοντας επιλέξει το μονοπάτι  $e_1$ , το μυρμηγκί αλλάζει την τιμή της φερομόνης ως εξής:

$$r_i \leftarrow r_i + \frac{Q}{l_i}$$

---

<sup>17</sup> Στόχος είναι ο αλγόριθμος να βρίσκει όσο το δυνατόν καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης. Αν συμβαίνει αυτό με μεγάλη συχνότητα, η κατανομή των τιμών που θα προκύψει θα χαρακτηρίζεται από μικρό εύρος και θα είναι «συγκεντρωμένη» προς τα αριστερά.

όπου:  $Q$ , μια θετική σταθερά του μοντέλου.

Συνεπώς, η ποσότητα της φερομόνης που προστίθεται, εξαρτάται από το μήκος του μονοπατιού που επιλέγει. Όσο κοντινότερο είναι το μονοπάτι, τόσο δυνατότερη είναι η ποσότητα της προστιθέμενης φερομόνης.

Ο τρόπος με τον οποίο ψάχνει μια αποικία μυρμηγκιών για τροφή, σε αυτό το μοντέλο προσομοιώνεται ως εξής: Σε κάθε βήμα (επανάληψη) όλα τα μυρμήγκια βρίσκονται στο  $u_s$  (φωλιά). Έπειτα, κάθε μυρμήγκι κινείται από το  $u_s$  στο  $u_d$  (πηγή φαγητού) όπως ακριβώς στην *Εικόνα 1*. Όπως αναφέρθηκε στο τμήμα (d) της εικόνας, στη φύση, η φερομόνη που αποθέτουν τα μυρμήγκια εξατμίζεται με κάποιο ρυθμό στο χρόνο. Η εξάτμιση αυτή της φερομόνης στο μοντέλο που περιγράφεται, παριστάνεται ως:

$$r_i \leftarrow (1 - \rho) \times r_i, \quad i = 1, 2.$$

Η παράμετρος  $\rho \in (0, 1]$  είναι μία παράμετρος η οποία ρυθμίζει την εξάτμιση της φερομόνης. Τελικά, όλα τα μυρμήγκια πραγματοποιούν την επιστροφή στη φωλιά τους και ενισχύουν το επιλεγμένο μονοπάτι με τον τρόπο που αναφέρθηκε ανωτέρω.

Οι κύριες διαφορές μεταξύ της συμπεριφοράς των πραγματικών μυρμηγκιών και της συμπεριφοράς των «τεχνητών» μυρμηγκιών είναι:

- Ενώ τα πραγματικά μυρμήγκια κινούνται στο περιβάλλον με έναν τρόπο μη συγχρονισμένο, τα αντίστοιχα «τεχνητά» συγχρονίζονται, π.χ. σε κάθε επανάληψη του συστήματος, κάθε ένα από τα μυρμήγκια κινείται από τη φωλιά στην πηγή τροφής και ακολουθεί το ίδιο μονοπάτι στην επιστροφή.
- Ενώ τα πραγματικά μυρμήγκια αφήνουν τη φερομόνη στο έδαφος οπουδήποτε κι αν κινούνται, τα «τεχνητά» μυρμήγκια αφήνουν φερομόνη μόνο στο δρόμο της επιστροφής προς τη φωλιά τους.
- Η συμπεριφορά του τρόπου με τον οποίο ψάχνουν την τροφή, στα πραγματικά μυρμήγκια βασίζεται σε μια έμμεση αξιολόγηση μιας λύσης (π.χ. ένα μονοπάτι από τη φωλιά στη πηγή του φαγητού). Με αυτού του είδους την αξιολόγηση εννοούμε το γεγονός ότι η επιστροφή θα είναι γρηγορότερη από τα κοντινότερα μονοπάτια απ' ότι επιλέγοντας τα πιο μακρινά. Επομένως, η φερομόνη θα ενισχύεται

στα κοντινά μονοπάτια πιο γρήγορα. Αντιθέτως, τα «τεχνητά» μυρμήγκια αξιολογούν μια λύση αναφορικά με την ποιότητα των λύσεων που χρησιμοποιείται για να καθοριστεί το πόσο δυνατή θα είναι η ενίσχυση της φερομόνης την οποία πραγματοποιούν τα μυρμήγκια κατά τη διάρκεια της επιστροφής τους στη φωλιά.

Στην εργασία αυτή, χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος ACO σε διακριτό χώρο, για το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου ο οποίος θα βρίσκει κάποιες ν-άδες μετοχών, σχηματίζοντας μ' αυτόν τον τρόπο ένα χαρτοφυλάκιο.

Για τον πληθυσμό των μυρμηγκιών κάθε γενιάς, κατασκευάζεται το χαρτοφυλάκιο με τη χρήση ενός μηχανισμού. Πιο αναλυτικά, σύμφωνα με το μηχανισμό αυτό, το κάθε «τεχνητό» μυρμήγκι επιλέγει την πρώτη μετοχή του χαρτοφυλακίου με τυχαίο τρόπο. Για να επιλεγούν οι επόμενες μετοχές, χρησιμοποιείται ένας άλλος μηχανισμός ο οποίος υπολογίζει την πιθανότητα μετάβασης από την 1<sup>η</sup> μετοχή στις υπόλοιπες. Η πιθανότητα μετάβασης δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$p_{aj} = \begin{cases} \frac{\sum_{i \in \hat{P}_a} r_{ij}}{\sum_{i \in \hat{P}_a, \sum_{h \notin \hat{P}_a} r_{ih}}, & \forall j \notin \hat{P}_a \\ 0, & \forall j \in \hat{P}_a \end{cases}$$

όπου:

- $r_{ij}$  είναι η ποσότητα της φερομόνης που βρίσκεται στα «τεχνητά» μονοπάτια που ενώνει τις μετοχές  $i \in \hat{P}_a$  και  $j$ . Η πληροφορία αυτή έχει γενικό χαρακτήρα καθώς εκφράζει την τρέχουσα γνώση από την «εμπειρία» όλης της αποικίας.
- $r_{ih}$  είναι η ποσότητα φερομόνης από τη μετοχή  $i$  του χαρτοφυλακίου προς τις μετοχές που δεν έχουν επιλεγεί ακόμα στο χαρτοφυλάκιο (συμπεριλαμβανομένου και του υποψήφιου στοιχείου – μετοχής  $j$ ).
- $\hat{P}_a$  είναι το ημιτελές χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται από το  $a$  μυρμήγκι.

Κατά την επιλογή της επόμενης μετοχής, χρησιμοποιείται και ένας μηχανισμός τυχειότητας, με απώτερο στόχο να αποφευχθεί η επιλογή των ίδιων μετοχών, βάση πιθανότητας (μηχανισμός roulette wheel<sup>18</sup>).

Πιο συγκεκριμένα, τα βήματα του μηχανισμού αυτού είναι τα ακόλουθα:

- Ορίζεται πίνακας, ο οποίος αντιστοιχεί στην πιθανότητα επιλογής μιας συγκεκριμένης μετοχής. Το άθροισμα των στοιχείων του πίνακα είναι ίσο με τη μονάδα.

$$P = [p_1 \quad p_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad p_n]$$

- Υπολογίζεται ένας πίνακας  $\Sigma$ , όπου τα στοιχεία του είναι το σωρευτικό άθροισμα των πιθανοτήτων που βρίσκονται στον πίνακα  $P$ . Κάθε στοιχείο του πίνακα αυτού αντιστοιχεί σε κάθε πιθανότητα μέσα στη ρουλέτα.

$$\Sigma = \left[ \sum_{i=1}^N P_i \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \sum_{i=1}^N P_i \right]$$

- Εύρεση τυχαίου αριθμού στο διάστημα  $[0,1]$ .
- Εύρεση της θέσης του πρώτου στοιχείου του πίνακα  $\Sigma$ , του οποίου η τιμή θα είναι μεγαλύτερη από τον τυχαίο αυτόν αριθμό.
- Το στοιχείο που θα επιλεγεί από τη ρουλέτα (Πίνακας  $\Sigma$ ) θα βρίσκεται στη θέση που βρέθηκε παραπάνω, μείον 1.

Η επαναληπτική διαδικασία του υπολογισμού των πιθανοτήτων γίνεται για όλες τις υπόλοιπες μετοχές του χαρτοφυλακίου μας. Μετά το πέρας της διαδικασίας αυτής, γίνεται ταξινόμηση των μετοχών που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο κατά αύξουσα σειρά.

Αφού βρει το χαρτοφυλάκιο το πρώτο μυρμήγκι, η διαδικασία αυτή γίνεται για όλα τα υπόλοιπα. Τέλος, γίνεται έλεγχος με κάποιο μηχανισμό, για το αν ένα χαρτοφυλάκιο που έχει επιλεγεί, συμπίπτει με κάποιο άλλο που έχει βρεθεί από κάποιο άλλο μυρμήγκι.

---

<sup>18</sup> Λαμβάνει το σωρευτικό άθροισμα όλων των πιθανοτήτων που αντιστοιχούν σε κάθε μετοχή. Στη συνέχεια, παράγει έναν τυχαίο αριθμό στο διάστημα  $(0,1)$  και βρίσκει τη θέση του στοιχείου που θα επιλεγεί. Επιστρέφει τη θέση του 1<sup>ου</sup> στοιχείου το οποίο αναφέρεται στα μη μηδενικά στοιχεία.

Όταν βρεθεί το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου από το μηχανισμό που θα αναλύσουμε παρακάτω, γίνεται ενημέρωση του πίνακα της φερομόνης σε κάθε επανάληψη. Η συνάρτηση αυτή, βασίζεται σε 2 πράξεις:

1. Εξάτμιση σε όλα τα μονοπάτια.

$$pheromone_t = (1 - \rho) \times pheromone_{t-1}$$

όπου:

- $pheromone_t$ , η τιμή της φερομόνης στην t επανάληψη.
- $\rho$ , ο βαθμός εξάτμισης, ο οποίος παίρνει τιμές στο διάστημα (0,1).
- $pheromone_{t-1}$ , η τιμή της φερομόνης στην t-1 επανάληψη.

2. Ενημέρωση του πίνακα της φερομόνης ενός συγκεκριμένου ποσοστού μυρμηγκιών που βρίσκουν τις καλύτερες λύσεις σε κάθε επανάληψη (iteration-best solution).

$$pheromone_{update} = \frac{1}{e^{ob}}$$

όπου: ob η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

## 3.2. Περιγραφή Firefly Algorithm (FA)

---

Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε τον αλγόριθμο με τον οποίο βρίσκουμε το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου το οποίο αντιστοιχεί σε κάθε μετοχή του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος αυτή βασίζεται στον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί και επικοινωνεί ένα σμήνος φυσικών πυγολαμπίδων.

Το λαμπερό φως των πυγολαμπίδων είναι ένα καταπληκτικό θέαμα στον καλοκαιρινό ουρανό σε τροπικές και εύκρατες περιοχές. Υπάρχουν περίπου 2000 είδη πυγολαμπίδων και τα περισσότερα είδη παράγουν σύντομες και συγχρονισμένες

εκλάμψεις. Το πρότυπο των εκλάμψεων αυτών είναι συνήθως μοναδικό για καθένα από αυτά τα είδη.

Το φως αυτό, είναι αποτέλεσμα μιας χημικής αντίδρασης κατά τη διάρκεια της οποίας η χημική ενέργεια μετατρέπεται σε φωτεινή ενέργεια (bioluminescence). Δυο πολύ σημαντικές λειτουργίες της χημικής αυτής αντίδρασης είναι:

- Να προσεγγίζει η πυγολαμπίδα το ταίρι της (επικοινωνία).
- Να προσελκύει ενδεχόμενα θύματά τους.

Η συχνότητα εκπομπής της φωτεινής ακτινοβολίας, η φωτεινότητα της πηγής φωτός και η χρονική διάρκεια της λάμψης αποτελούν μέρος του μηχανισμού που φέρνει κοντά πυγολαμπίδες διαφορετικού φύλου. Τα θηλυκά απαντούν στη λάμψη των αρσενικών, η οποία είναι σχεδόν μοναδική για κάθε είδος, ενώ σε κάποια είδη, οι θηλυκές πυγολαμπίδες μπορούν να μιμηθούν τον τρόπο με τον οποίο παράγουν τη λάμψη αρσενικές πυγολαμπίδες άλλων ειδών. Με αυτό τον τρόπο τις ξεγελούν και τελικά τις τρώνε, αφού πλησιάζουν τις θηλυκές νομίζοντας πως είναι του ίδιου είδους με αυτές.

Η ένταση του φωτός  $I$ , σε μια συγκεκριμένη απόσταση  $r$  από την πηγή, είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης αυτής. Επιπλέον, ο αέρας απορροφά το φως το οποίο γίνεται ολοένα και πιο αδύναμο καθώς αυξάνεται η απόσταση. Ο συνδυασμός αυτών των δυο παραγόντων, κάνουν ορατές τις πυγολαμπίδες σε μια περιορισμένη απόσταση, συνήθως μερικές εκατοντάδες μέτρα τη νύχτα, πράγμα το οποίο είναι αρκετά καλό όσον αφορά την επικοινωνία των πυγολαμπίδων. Αυτή η λάμψη φωτός παίζει καταλυτικό ρόλο στη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Στο σημείο αυτό, αφού έχει αναλυθεί ο τρόπος λειτουργίας των πυγολαμπίδων στη φύση, θα παρουσιαστεί η αλγοριθμική μέθοδος η οποία βασίζεται στα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος. (*Firefly Algorithm-FA*) [40].

Για ευκολία στην περιγραφή του αλγορίθμου, ο οποίος αναπτύχθηκε από τον Xin-She Yang, στο πανεπιστήμιο του Cambridge, το 2007, χρησιμοποιούμε τους παρακάτω κανόνες:

- Όλες οι πυγολαμπίδες είναι του ίδιου φύλου. Έτσι μια πυγολαμπίδα μπορεί να προσελκύσει όλες τις υπόλοιπες, ανεξαρτήτως φύλου.
- Η ελκυστικότητα μιας πυγολαμπίδας είναι ανάλογη της φωτεινότητας που εκπέμπει. Συνεπώς, για κάθε ζεύγος πυγολαμπίδων, η λιγότερο λαμπερή,

θα κινηθεί προς αυτή που λάμπει περισσότερο. Η ελκυστικότητα είναι ανάλογη της φωτεινότητας και συνεπώς μειώνονται και τα δυο όταν αυξάνεται η απόσταση μεταξύ δυο πυγολαμπίδων. Αν δεν υπάρχει κάποια πυγολαμπίδα που να είναι φωτεινότερη από μια συγκεκριμένη πυγολαμπίδα, τότε θα κινηθεί τυχαία.

- Η φωτεινότητα μιας πυγολαμπίδας επηρεάζεται ή καθορίζεται από το τοπίο της αντικειμενικής συνάρτησης.

Για παράδειγμα, όταν έχουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, η φωτεινότητα μπορεί να είναι ανάλογη της τιμής που παίρνει η αντικειμενική συνάρτηση.

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιείται ο παραπάνω αλγόριθμος με απώτερο στόχο να βρεθεί το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε χαρτοφυλάκιο καθώς επίσης και η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Για την επιλογή του βέλτιστου συνδυασμού των μετοχών του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος που βασίζεται στον τρόπο λειτουργίας μιας αποικίας μυρμηγκιών (ACO).

Στη συνέχεια, θα περιγραφούν τα βήματα του αλγορίθμου, δηλαδή, η διαδικασία της επιλογής του ποσοστού του επενδυμένου κεφαλαίου για κάθε μετοχή που συνθέτει το χαρτοφυλάκιο.

Πρώτο βήμα του αλγορίθμου είναι η αρχικοποίηση του πληθυσμού των λύσεων πριν εισέλθει στην πρώτη γενιά. Με την αρχικοποίηση αυτή, δημιουργείται ένας πίνακας  $x$  του οποίου τα στοιχεία αναφέρονται σε ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου και αποτελείται από  $m$  τεχνητές πυγολαμπίδες και  $n$  μετοχές.

Στη συνέχεια, για κάθε γραμμή του πίνακα  $x$ , κανονικοποιούνται οι τιμές του πληθυσμού των λύσεων, έτσι ώστε κάθε γραμμή να έχει άθροισμα ίσο με 1 ικανοποιώντας έτσι τον περιορισμό του χρηματοοικονομικού προβλήματος (αναφορά σε επόμενο κεφάλαιο). Αυτό γίνεται διότι οι τιμές που λαμβάνονται αρχικά σε κάθε γραμμή του πίνακα δεν έχουν άθροισμα ίσο με 1. Επιπλέον, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για τη λύση που βρίσκει κάθε μέλος του πληθυσμού. Μετά το πέρας της διαδικασίας αυτής, με έναν μηχανισμό μέσα στον αλγόριθμο (συμπεριλαμβάνονται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί από όλα τα ζεύγη των πυγολαμπίδων), εξασφαλίζεται ότι κάθε πυγολαμπίδα θα είναι σε θέση να δει τις υπόλοιπες, έτσι ώστε να μην παραβλέπονται ενδεχόμενες ποιοτικές λύσεις. Έπειτα, για κάθε γενιά του πληθυσμού των λύσεων, καθορίζεται ο τρόπος με τον οποίο θα οδηγηθούν οι πυγολαμπίδες στην καλύτερη λύση. Πιο συγκεκριμένα, για να

παρατηρηθεί εκτενώς η κίνηση της κάθε πυγολαμπίδας, πρέπει να αναλυθούν κάποιες παράμετροι από τις οποίες εξαρτάται η κίνηση της κάθε μιας.

Αρχικά, η απόσταση μεταξύ δύο πυγολαμπίδων  $i, j$  μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2}$$

όπου:

$x_{i,k}$  είναι η  $k$  διάσταση της χωρικής συντεταγμένης  $x_i$ , της  $i$  πυγολαμπίδας.

Ακόμη, το  $b$  είναι ο βαθμός προσέλκυσης μιας πυγολαμπίδας από μια άλλη καλύτερη. Το  $b$  λοιπόν, μπορεί να οριστεί ως εξής:

$$b = b_0 \times e^{-\gamma \times r^m}, (m \geq 1)$$

Βέβαια, το  $b$  εξαρτάται από 3 παράγοντες,  $b = f(b_0, r_{ij}, \gamma)$  οι οποίοι είναι η απόσταση μεταξύ των 2 πυγολαμπίδων όπως την ορίσαμε παραπάνω και από το μέσο μεταξύ των δυο αυτών πυγολαμπίδων. Το μέσο προσδιορίζεται από έναν συντελεστή απορρόφησης φωτός ( $\gamma$ ), ο οποίος ορίζεται από τον χρήστη. Ειδικότερα, το  $\gamma \in [0, \infty)$ . Όσο το  $\gamma$  τείνει στο άπειρο, τόσο περισσότερο «θολό» είναι το μέσο ανάμεσα στις 2 πυγολαμπίδες. Όσο το  $\gamma$  τείνει στο μηδέν, η κάθε πυγολαμπίδα είναι ορατή από τις υπόλοιπες, ανεξάρτητα την απόσταση που έχουν μεταξύ τους. Τέλος, το  $b$  εξαρτάται κι από μια σταθερά  $b_0$ , η οποία συμβολίζει τον βαθμό προσέλκυσης από μια υποθετική πηγή φωτός και ορίζεται κι αυτό από τον χρήστη.

Η κίνηση, τώρα, μιας πυγολαμπίδας  $i$  προς μια άλλη, περισσότερο ελκυστική (φωτεινή) πυγολαμπίδα  $j$ , δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$x_i = x_i + b_0 \times e^{-\gamma \times r_{ij}^2} \times (x_j - x_i) + \alpha \times \left( rand - \frac{1}{2} \right)$$

όπου:  $rand$ , μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών που ανήκουν στο διάστημα  $[0,1]$  και ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή.

Η παραπάνω διαδικασία πραγματοποιείται για όλο τον πληθυσμό των τεχνητών πυγολαμπίδων σε κάθε γενιά. Έπειτα, γίνεται μια ταξινόμηση των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων από την καλύτερη στη χειρότερη έτσι ώστε να επιλεγεί η πυγολαμπίδα με την καλύτερη λύση. Στη συνέχεια, γίνεται η εύρεση των καλύτερων λύσεων, όσον αφορά του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου και τις τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης της εκάστοτε γενιάς.

### 3.3. Ψευδοκώδικας της υβριδικής αλγοριθμικής μεθόδου

---

Βασιζόμενοι, λοιπόν στους κανόνες που αναφέραμε παραπάνω, τα βασικά βήματα του αλγορίθμου, μπορούν να συνοψιστούν στον παρακάτω ψευδοκώδικα:

ACO - 1st routine:

BEGIN

Set parameters for ACO & Firefly algorithm;

Initialize pheromone matrix;

For i = 1: Generations (termination condition:Generations)

For j = 1: Population (termination condition:Ants)

    Generate portfolios (combination of assets)\*

    Find portfolio's weights and objective function (Firefly Algorithm)\*\*

End

    Evaluate solutions (find best-so-far solution)

    Pheromone Matrix Update\*\*\*

End

END

Generate portfolios (combination of assets)\* - 1st sub-routine

BEGIN

Find 1st asset in portfolio randomly

For i = 1: cardinality-1

Calculate Transition Probability for next asset

Apply Roullete Wheel process (based on calculated Transition Probabilities)

for picking next asset

End

END

Find portfolio's weights and objective function (Firefly Algorithm)\*\* - 2nd sub-routine

BEGIN

Generate initial population of fireflies  $x(i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) - (weights and objective function value) randomly

Calculate light intensity  $I$  for each firefly (based on objective function value)

Find pairs of fireflies

For i = 1: Generations (termination condition:Generations)

For j = 1:pairs of fireflies

Calculate distance between pair of fireflies

Calculate parameters  $b, g$

If  $I(1st\ firefly\ of\ pair) < I(2nd\ firefly\ of\ pair)$

Move 1st firefly towards 2nd (based on movement formula) - new weight

Calculate objective function in new point

Else

Move 2nd firefly towards 1st (based on movement formula) - new weight

Calculate objective function in new point

End

End

Evaluate solutions (find best-so-far solution)

End

END

Pheromone Matrix Update\*\*\* - 3rd sub - routine

BEGIN

Apply pheromone evaporation to all arcs in pheromone matrix (pairs of assets)

Update pheromone value for n% of best ants (portfolios) - based on update formula

END

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ- ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

---

### 4.1. Εισαγωγικά στοιχεία

---

Η επιλογή ενός χαρτοφυλακίου είναι ένα κλασικό χρηματοοικονομικό πρόβλημα το οποίο ερευνάται ολοένα και περισσότερο τις τελευταίες δεκαετίες. Στο κεφάλαιο αυτό, θα εξετάσουμε τις επιλογές στις οποίες μπορεί να καταλήξει ο επενδυτής, αντιμετωπίζοντας διάφορες δυνατότητες οι οποίες του προσφέρονται. Η διαφοροποίηση για έναν επενδυτή συνίσταται στο να καταναίμει την επένδυσή του σε περισσότερους τίτλους, με τρόπο ο οποίος ελαττώνει τον κίνδυνο της επένδυσής του για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό των διαφόρων επενδύσεων είναι ότι οι πραγματικές αποδόσεις υπάρχει πιθανότητα να διαφέρουν από το προσδοκώμενο, δηλαδή να εμπεριέχουν κίνδυνο. Αυτή η αντίληψη του χρηματοοικονομικού κινδύνου ορισμένη από την (ενδεχόμενη) απόκλιση από το αναμενόμενο αποτέλεσμα, υπονοεί όχι απαραίτητα ένα χειρότερο αποτέλεσμα (μείωση του ρίσκου-downsize risk) από το αναμενόμενο αλλά και περιπτώσεις όπου η πραγματική απόδοση είναι καλύτερη από αυτή που αναμενόταν αρχικά (upside risk) εξαιτίας των θετικών εκπλήξεων ή της μη ύπαρξης μη κατανοητών αρνητικών γεγονότων. Στην πιο απλή περίπτωση, οι αποδόσεις μιας μετοχής μπορούν να περιγραφούν με την κανονική κατανομή: η προσδοκώμενη αξία (μέση τιμή) των αποδόσεων και η διακύμανση (μεταβλητότητα-volatility) συμπεριλαμβάνουν όλες τις πληροφορίες που αφορούν το προσδοκώμενο αποτέλεσμα και το εύρος των αποκλίσεων από αυτό.

Επισημαίνεται πως θεμέλιος λίθος της κλασικής οικονομικής θεωρίας αποτελεί η υπόθεση του ορθολογικού επενδυτή (rational investor). Σε αυτήν την περίπτωση, οι επενδυτικές αποφάσεις αντανakλούν τις ορθολογικά διαμορφωμένες προσδοκίες των επενδυτών. Στην πραγματικότητα, αυτή η ιδανική κατάσταση δεν υπάρχει. Εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι οι άνθρωποι δεν είναι καθ' όλα ορθολογικοί. Σύμφωνα με αυτήν την άποψη, οι επενδυτικές επιλογές καθοδηγούνται από την ψυχολογία των ανθρώπων, γεγονός που εξασθενεί τη σχέση μεταξύ της πληροφόρησης και της πορείας της αγοράς.

Αυτό το κενό μεταξύ θεωρίας και πράξης έρχεται να καλύψει ο σχετικά νέος τομέας της Συμπεριφορικής Χρηματοοικονομικής (Behavioral Finance) [6], προσπαθώντας να συνδυάσει την κλασική οικονομική επιστήμη με την ψυχολογία. Η Συμπεριφορική Χρηματοοικονομική υποστηρίζει ότι μερικά οικονομικά φαινόμενα μπορούν να γίνουν κατανοητά σε καλύτερο βαθμό, χρησιμοποιώντας τα πρότυπα στα οποία μερικοί επενδυτές δεν είναι πλήρως ορθολογικοί. Σύμφωνα με τον καθηγητή Meir Statman [32], «οι άνθρωποι στην παραδοσιακή χρηματοοικονομική είναι ορθολογικοί, ενώ στη Συμπεριφορική Χρηματοοικονομική είναι κανονικοί». Το συναίσθημα του επενδυτή είναι δεδομένο ότι επηρεάζει τις επενδυτικές αποφάσεις. Μπορεί να οριστεί εν γένει ως η πεποίθηση που έχουν οι επενδυτές για τις μελλοντικές χρηματικές τους ροές και τον επενδυτικό κίνδυνο, η οποία όμως δεν δικαιολογείται από τα διαθέσιμα δεδομένα [2]. Οι μελέτες για το συναίσθημα του επενδυτή είναι εξαιρετικά χρήσιμες για δύο λόγους:

- Επισημαίνουν τους ψυχολογικούς παράγοντες που επηρεάζουν τις προβλέψεις των επενδυτών.
- Εντοπίζουν επενδυτικές ευκαιρίες και τρόπους με τους οποίους μπορεί ο επενδυτής να εκμεταλλευτεί αυτά τα ψυχολογικά μεροληπτικά σφάλματα.

## 4.2. Σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory- MPT)

---

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε την ανάλυση απόδοσης-κινδύνου (mean-variance analysis), για την επιλογή των τίτλων που θα συνθέσουν το χαρτοφυλάκιο, που εισήγαγε ο Harry M. Markowitz. Επίσης, ήταν ο πρώτος που σκέφτηκε ένα παραμετρικό μοντέλο βελτιστοποίησης στο πρόβλημα που θα αναλυθεί παρακάτω, το οποίο αποτέλεσε τη βάση για τη Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου-Modern Portfolio Theory (MPT) [23]. Συγκεκριμένα, η θεωρία του Markowitz εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο ένας ορθολογικός επενδυτής πρέπει να συμπεριφέρεται, όταν επιδιώκει να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο από χρηματοοικονομικούς τίτλους. Στηρίζεται στη μαθηματική ελπίδα των αποδόσεων, καθώς και στις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις αυτών. Σε άρθρο του [23], ο Harry Markowitz τονίζει ότι ένας

επενδυτής επιδιώκει τη μεγαλύτερη δυνατή μέση απόδοση και ταυτόχρονα επιδιώκει την πιο σίγουρη ή τη λιγότερο επικίνδυνη απόδοση. Αυτό σημαίνει ότι ένας επενδυτής επιδιώκει κάθε φορά να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη απόδοση και να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο, στη συγκεκριμένη περίπτωση τη διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Ο Markowitz, στο μοντέλο του, (στη μορφή της αρχικής του διατύπωσης) έκανε τις παρακάτω υποθέσεις [34]:

- Υπόθεση 1: Οι μόνες δυο παράμετροι που επηρεάζουν μια επενδυτική απόφαση, είναι η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση.
- Υπόθεση 2: Οι επενδυτές παρουσιάζουν αποστροφή προς τον κίνδυνο (*risk aversion*).
- Υπόθεση 3: Οι επενδυτές επιδιώκουν να επιτύχουν τη μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση σε δεδομένο επίπεδο κινδύνου.
- Υπόθεση 4: Οι επενδυτές έχουν τις ίδιες προσδοκίες όσον αφορά την αναμενόμενη απόδοση, τη διακύμανση και τις συνδιακυμάνσεις για όλες τις μετοχές,
- Υπόθεση 5: Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο «συγκεκριμένο» χρονικό ορίζοντα για τις επενδύσεις τους.

Το κριτήριο που προτείνεται στους επενδυτές οι οποίοι έχουν σχετική αποστροφή προς τον κίνδυνο, είναι να συνθέσουν τα χαρτοφυλάκιά τους μ' έναν τέτοιο τρόπο, ώστε η αναμενόμενη απόδοση να είναι η μέγιστη για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή να ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο για μια δεδομένη αναμενόμενη απόδοση.

Έτσι, ο επενδυτής βρίσκεται αντιμέτωπος με δυο αντίθετους στόχους. Η προσέγγιση του Markowitz είναι ότι ο επενδυτής οφείλει να διαφοροποιήσει το χαρτοφυλάκιο του και δε μπορεί να επενδύσει αποκλειστικά σε έναν μόνο από τους διαθέσιμους τίτλους. Για να συνθέσουμε ένα χαρτοφυλάκιο είναι απαραίτητο να ακολουθήσουμε δυο στάδια:

- i. Στο πρώτο στάδιο, θα πρέπει να εκτιμήσουμε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο των διάφορων τίτλων που είναι διαθέσιμοι στην αγορά και να τους συμπεριλάβουμε στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου.

- ii. Στο δεύτερο στάδιο θα πρέπει να επιλέξουμε τα ποσοστά συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο.

Το μοντέλο Markowitz επικεντρώνει στο δεύτερο στάδιο, θεωρώντας τα αποτελέσματα του πρώτου σταδίου ως γνωστά.

Μια άλλη προσέγγιση που εντάσσεται στη σύγχρονη θεωρία του χαρτοφυλακίου, είναι το θεώρημα του διαχωρισμού (Tobin, 1958) [22], το οποίο ορίζει ότι η διαδικασία επιλογής του άριστου χαρτοφυλακίου μπορεί να χωριστεί σε δυο φάσεις:

- Στην πρώτη όλοι οι επενδυτές επιλέγουν να επενδύσουν στο χαρτοφυλάκιο που απαρτίζεται από μετοχές που ενέχουν κάποιο επίπεδο κίνδυνου (Investment Decision).
- Στη δεύτερη φάση, επιλέγουν το επιθυμητό συνδυασμό μεταξύ του χαρτοφυλακίου που επέλεξαν στην πρώτη φάση και του δανεισμού-short selling (Finance Decision).

Η επιλογή χαρτοφυλακίου στο πρώτο στάδιο, θα είναι ίδια για όλους τους επενδυτές. Η επιλογή στη δεύτερη φάση θα είναι διαφορετική για κάθε επενδυτή, ανάλογα με το βαθμό αποστροφής του προς τον κίνδυνο.

### 4.3. Το μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων CAPM<sup>19</sup>

---

Το μοντέλο CAPM [15], το οποίο εισήχθη από τους William Sharpe (1964) και John Lintner (1965), σηματοδοτεί τη γέννηση της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Βασίζεται στο μοντέλο της επιλογής χαρτοφυλακίου του Markowitz που περιγράφηκε παραπάνω. Συγκεκριμένα, στο μοντέλο του Markowitz, ο επενδυτής επιλέγει ένα χαρτοφυλάκιο τη χρονική στιγμή  $t-1$ , το οποίο έχει μια αναμενόμενη απόδοση τη χρονική στιγμή  $t$ . Το μοντέλο υποθέτει πως οι επενδυτές έχουν αποστροφή προς τον κίνδυνο (*risk averse*) και επιλέγουν χαρτοφυλάκια, ενδιαφερόμενοι μόνο για το μέσο όρο και τη διασπορά που θα έχει η απόδοση της επένδυσής τους σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Συνεπώς, οι επενδυτές

---

<sup>19</sup> Η πλήρης ονομασία του μοντέλου CAPM, είναι Capital Asset Pricing Model.

επιλέγουν χαρτοφυλάκια αποτελεσματικά ως προς τα παραπάνω κριτήρια (“*mean-variance efficient*” portfolios) με την έννοια ότι τα χαρτοφυλάκια:

1. Δοθείσης μιας τιμής αναμενόμενης απόδοσης, ελαχιστοποιούν την αντίστοιχη διασπορά.
2. Δοθείσης μιας τιμής αναμενόμενης διασποράς, μεγιστοποιούν την αντίστοιχη αναμενόμενη απόδοση.

Η προσέγγιση του Markowitz, πολλές φορές αναφέρεται ως μοντέλο «μέσου-διασποράς» (“*mean-variance*” model).

Το παραπάνω μοντέλο ορίζει μια αλγεβρική σχέση στα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου των αντίστοιχων επιλεγμένων μετοχών. Με το μοντέλο CAPM επιτυγχάνεται μια πρόβλεψη για τη σχέση μεταξύ του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης, σε καθεστώς όπου οι τιμές των μετοχών προσαρμόζονται ανάλογα με τη ζήτηση (*market clearing*<sup>20</sup>).

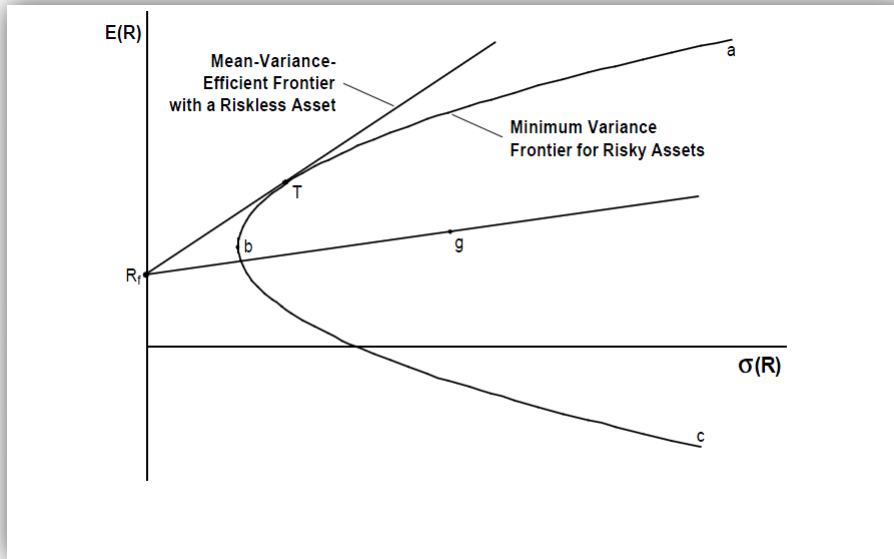
Οι Sharpe (1964) και Lintner (1965), πρόσθεσαν δυο σημαντικές υποθέσεις στο παραπάνω μοντέλο για να προσδιορίσουν ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι αποτελεσματικό ως προς το μοντέλο «μέσου- διασποράς»:

- Υπόθεση 1: Οι επενδυτές δέχονται την κατανομή σχετικά με τις αποδόσεις των μετοχών, στη χρονική περίοδο από  $t-1$  μέχρι  $t$  (*joint distribution*) [28].
- Υπόθεση 2: Οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν (*lending*) ή να δανειστούν (*borrowing*), στο επιτόκιο του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο (*risk-free rate*). Το ποσό του ενδεχόμενου δανεισμού δεν επηρεάζει καθόλου το επιτόκιο αυτό.

Το *Σχήμα 1* περιγράφει το μοντέλο CAPM απεικονίζοντας τα χαρτοφυλάκια προς επιλογή για τον επενδυτή.

---

<sup>20</sup> Η κύρια ιδέα είναι πως η αγορά βαθμιαία δεν θα έχει πλεόνασμα ή έλλειμμα (υπερβολική προσφορά και ζήτηση).



Εικόνα 3: Γραφική απεικόνιση CAPM

Πηγή: Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives Vol.18* , Παράρτημα, Figure 1 - Investment Opportunities.

Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζεται ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, ο οποίος υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση της απόδοσης αυτού. Στον κατακόρυφο άξονα απεικονίζεται η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Η καμπύλη abc απεικονίζει τα χαρτοφυλάκια με τη χαμηλότερη διακύμανση, δοθείσης της αναμενόμενης απόδοσης (*minimum-variance frontier*). Ειδικότερα, ανιχνεύονται συνδυασμοί αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για χαρτοφυλάκια μετοχών, που ελαχιστοποιούν τη διακύμανση των αποδόσεων σε διάφορα επίπεδα αναμενόμενης απόδοσης. Πρέπει να επισημανθεί ότι στα παραπάνω χαρτοφυλάκια δεν συμπεριλαμβάνονται χρεόγραφα χωρίς κίνδυνο. Το τμήμα ανάμεσα στον κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση είναι προφανές. Ένας επενδυτής, ο οποίος αναζητά μια υψηλή αναμενόμενη απόδοση, ενδεχομένως στο σημείο a, πρέπει να αποδεχθεί υψηλά επίπεδα διακύμανσης. Στο σημείο T, ο επενδυτής θα επιτύχει μέτρια αναμενόμενη απόδοση με χαμηλότερη διακύμανση. Αν δε συμπεριλαμβάνεται το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο, μόνο τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω από το σημείο b που ανήκουν στην καμπύλη abc θα είναι αποτελεσματικά ως προς τη θεωρία «μέσου-διακύμανσης» (*mean-variance efficient portfolios*). Μέχρι στιγμής είχε γίνει η υπόθεση ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία έχουν κίνδυνο (risky assets), δηλαδή  $\sigma > 0$ .

Ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (risk-free asset) έχει απόδοση γνωστή με βεβαιότητα και άρα  $\sigma=0$ . Το ερώτημα που προκύπτει είναι πως αλλάζουν τα προηγούμενα αποτελέσματα αν ένα από τα περιουσιακά στοιχεία είναι χωρίς κίνδυνο. Έστω  $R_f$  η απόδοσή του. Τότε, αυτή θα είναι και η αναμενόμενη απόδοσή του, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1. Αν επενδυθεί ποσοστό κεφαλαίου  $a$  χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο και  $(1-a)$  σε αυτό με κίνδυνο, τότε οι αποδόσεις και διακυμάνσεις γίνονται (αφού  $\sigma_f=0$ ):

$$R = a \times R_f + (1 - a) \times R_{risky}$$

$$\bar{R} = a \times R_f + (1 - a) \times \overline{R_{risky}}$$

$$\sigma = (1 - a) \times \sigma_{risky}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις δείχνουν ότι στο διάγραμμα μέσης τιμής – τυπικής απόκλισης διατρέχουν μία ευθεία που διέρχεται από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και αυτό με κίνδυνο.

Οι συνδυασμοί των χαρτοφυλακίων στα οποία συμπεριλαμβάνεται και το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο, φαίνεται από την ευθεία που ξεκινάει από το σημείο  $R_f$  και έχει και το  $g$  σαν ένα σημείο της. Τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια ως προς τη θεωρία «μέσου- διακύμανσης», τονίζοντας ότι ισχύει η *Υπόθεση 2*, είναι συνδυασμοί του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο, εκτός από το χαρτοφυλάκιο  $T$ , το οποίο εμπεριέχει κίνδυνο. Πλέον κάθε χαρτοφυλάκιο σχηματίζεται ως συνδυασμός  $n+1$  περιουσιακών στοιχείων εκ των οποίων το ένα είναι αυτό χωρίς κίνδυνο. Όταν επιτρέπεται και να δανειζόμαστε και να δανείζουμε έχουμε μία «αριστερά άπειρη» τριγωνική περιοχή. Όταν επιτρέπεται μόνο να δανειζόμαστε και όχι να δανείζουμε, τότε η τριγωνική περιοχή δεν είναι «αριστερά άπειρη».

Εν συντομία, οι υποθέσεις του μοντέλου CAPM, υποδηλώνουν πως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς  $M$ , βρίσκεται πάνω στο *minimum-variance frontier*. Τότε η αναμενόμενη απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου ικανοποιεί τη σχέση:

$$\bar{R}_i - R_f = \beta_i \times (R_M - R_f) \quad \text{(CAPM)}$$

όπου:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Το τελευταίο είναι γνωστό ως *beta* του περιουσιακού στοιχείου. Το CAPM λοιπόν λέει ότι η υπεραπόδοση του περιουσιακού στοιχείου με κίνδυνο (ως προς το risk-free rate) είναι ανάλογη της υπεραπόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ο παράγοντας αυτής της αναλογίας είναι το  $\beta$ .

Αν για παράδειγμα ένα περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο είναι ασυσχέτιστο με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, τότε  $\beta=0$ . Αυτό συνεπάγεται ότι η απόδοση αυτού του περιουσιακού στοιχείου είναι αυτή του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι αν ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο είναι ασυσχέτιστο με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, τότε ο κίνδυνος μπορεί να διαφοροποιηθεί (diversified).

Αν για ένα περιουσιακό στοιχείο με κίνδυνο το  $\beta < 0$ , τότε η απόδοσή του είναι μικρότερη από αυτή του risk-free asset. Αυτό συμβαίνει διότι ένα τέτοιο περιουσιακό στοιχείο αν προστεθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο μειώνει το συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και άρα δεχόμαστε χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση.

#### 4.4 Επενδυτική πρακτική

---

Μετά την παρουσίαση του CAPM το ερώτημα που προκύπτει είναι κατά πόσο μπορεί αυτό να βοηθήσει τις επενδυτικές επιλογές. Το CAPM υποστηρίζει ότι ένας επενδυτής, προκειμένου να σχηματίσει το επιθυμητό χαρτοφυλάκιο για δεδομένη αναμενόμενη απόδοση και αναλαμβανόμενο κίνδυνο, αρκεί να μοιράσει τον πλούτο του ανάμεσα στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς και το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, σε αναλογία που υποδεικνύεται από την αποστροφή του στον κίνδυνο. Αυτό όμως πρακτικά σημαίνει ότι θα πρέπει να αποκτήσει κάθε περιουσιακό στοιχείο που συνθέτει το χαρτοφυλάκιο τα αγοράς με ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου ίσο με αυτό που αυτό συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Κάτι τέτοιο δεν είναι εύκολο, αφού το χαρτοφυλάκιο της αγοράς μπορεί να περιέχει εκατοντάδες ή και χιλιάδες διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία. Η λύση στο πρόβλημα αυτό είναι ο επενδυτής να επιλέξει αντί του χαρτοφυλακίου της αγοράς ένα *index (tracking) fund*,

δηλαδή ένα χαρτοφυλάκιο ή αμοιβαίο κεφάλαιο, το οποίο ακολουθεί «πιστά» το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αυτό λοιπόν που μας ενδιαφέρει είναι να αξιολογηθεί κατά πόσο ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο ακολουθεί το αντίστοιχο της αγοράς.

Για να επιτευχθεί αυτό, ένα μέτρο αξιολόγησης που χρησιμοποιείται ευρέως, είναι ο δείκτης Sharpe, ο οποίος αναλύεται παρακάτω.

Συγκεκριμένα, ο Sharpe [31], πρότεινε την έννοια του δείκτη ανταμοιβής ως προς τη μεταβλητότητα (*reward-to-variability ratio*) ως εργαλείο για σύγκριση αμοιβαίων κεφαλαίων. Η ιδέα ήταν να μετρηθεί ο βαθμός της απόδοσης που επιτεύχθηκε από ένα κεφάλαιο (*fund*) σχετικά με τον κίνδυνο κατά τη διάρκεια της επένδυσης. Ο δείκτης αυτός, μετράει την απόδοση που παράγεται ανά μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει ο επενδυτής. Μπορεί να παρέχει στους επενδυτές ένα αντικειμενικό, ποσοτικό μέτρο απόδοσης. Ο δείκτης αυτός, έχει ευρέως υιοθετηθεί από επενδυτές, σαν ένα γενικό μέτρο της ποιότητας ενός κεφαλαίου (*fund*).

Όπως ορίστηκε από τον δημιουργό του, ο δείκτης Sharpe (*Sharpe Ratio*), είναι ο μέσος όρος των αποδόσεων διαιρεμένος με τη μεταβλητότητα των αποδόσεων αυτών. Έτσι, είναι ανάλογος με την απόδοση και αντιστρόφως ανάλογος με τη μεταβλητότητα των αποδόσεων. Ο δείκτης Sharpe δίνεται από τον εξής τύπο:

$$SR = \frac{R - R_f}{s}$$

όπου: R, η μέση αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

$R_f$ , η απόδοση του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο

s, η τυπική απόκλιση (κίνδυνος) του χαρτοφυλακίου

Επίσης, κατά τα τελευταία έτη, οι επενδυτές έχουν αρχίσει να διαχωρίζουν την «καλή» (θετική) διακύμανση, η οποία προκύπτει από αποδόσεις πάνω από ένα συγκεκριμένο κατώφλι, και την «κακή» (αρνητική) διακύμανση που προκύπτει από αποδόσεις κάτω από ένα ορισμένο κατώφλι. Βλέποντας τα παραπάνω λοιπόν, ο Sortino [21], όρισε τον αντίστοιχο δείκτη που ονομάστηκε δείκτης Sortino (*Sortino Ratio*), ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνο τη διακύμανση των αρνητικών αποδόσεων.

Η διαφορά του δείκτη Sortino από το δείκτη Sharpe είναι ότι ο δείκτης Sortino επιβάλλει ποινή μόνο στις αποδόσεις οι οποίες βρίσκονται κάτω από έναν συγκεκριμένο επενδυτικό στόχο. Αντιθέτως, ο δείκτης Sharpe επιβάλλει ποινή στις αποδόσεις που βρίσκονται πάνω, καθώς επίσης και κάτω από κάποιον επενδυτικό στόχο. Ο μαθηματικός τύπος του δείκτη Sortino είναι ο εξής:

$$SOR = \frac{E(r_p) - T}{\theta_0(r_p)},$$

όπου:

- $SOR$ , ο δείκτης Sortino.
- $E(r_p)$ , η αναμενόμενη απόδοση του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου
- $T$ , ο στόχος του επενδυτή.
- $\theta_0(r_p)$ , οι πιθανές απώλειες που μπορεί να έχει κάποιος επενδυτής, κάνοντας κάποια επένδυση (downsize risk).

Το  $\theta_0(r_p)$ , δίνεται από τον τύπο:

$$\theta_0(r_p) = \left[ \int_{-\infty}^T (T - r_p)^2 \times f(r_p) dr_p \right]^{1/2}$$

όπου:

- $r_p$ , η ημερήσια απόδοση του χαρτοφυλακίου.
- $f(r_p)$ , η συνάρτηση πυκνότητας- πιθανότητας των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Επίσης, η αναμενόμενη απόδοση  $E(r_p)$ , δίνεται από τον τύπο:

$$E(r_p) = E(w_1 \times r_1 + w_2 \times r_2 + \dots + w_n \times r_n)$$

όπου:

- $w_n$ , το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου σε κάθε μετοχή του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου.
- $r_n$ , η αναμενόμενη απόδοση κάθε μετοχής του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου.

Επιπλέον, η συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας, σύμφωνα με τη θεωρία πιθανοτήτων, μιας τυχαίας μεταβλητής-της ημερήσιας απόδοσης του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου στην περίπτωση μας, είναι μια συνάρτηση η οποία περιγράφει την πυκνότητα της πιθανότητας σε κάθε σημείο του χώρου των λύσεων και στην

περίπτωσή μας, όπου υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$f(r_p) = \frac{e^{-\frac{(r_p - E(r_p))^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

#### 4.5. Παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου (Passive Portfolio Management)

---

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε την παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου (Passive Portfolio Management) [40], που αποτελεί μια από τις βασικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίου, καθώς επίσης και κάποιους χρήσιμους ορισμούς, όπως σφάλμα εντοπισμού (tracking error).

Η στρατηγική παθητικής διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου, είναι μια μακροπρόθεσμη στρατηγική αγοράς και διακράτησης τίτλων (Buy and Hold Strategy). Ο παθητικός επενδυτής εκτιμά ότι δεν διαθέτει καμία πληροφορία η οποία θα του επέτρεπε να δώσει στο χαρτοφυλάκιο του μια διαφορετική δομή από αυτήν της αγοράς, η οποία αναπαρίσταται από έναν δείκτη όσο το δυνατόν ευρύτερο.

Θα δώσει λοιπόν στο χαρτοφυλάκιο του δομή ίδια με αυτήν του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ο συντελεστής  $\beta$  του παθητικού χαρτοφυλακίου θα είναι ίσος με τη μονάδα και τότε θα έχουμε:

$$E(R_p) = E(R_M) \text{ και } \sigma_p = \sigma_M$$

όπου:

- $E(R_p)$  και  $\sigma_p$  είναι αντίστοιχα η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου και η τυπική απόκλιση αυτού.
- $E(R_M)$  και  $\sigma_M$  είναι αντίστοιχα η αναμενόμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Σ' αυτό το ιδεατό παθητικό χαρτοφυλάκιο ο κίνδυνος προέρχεται από τις διακυμάνσεις της αγοράς, δεδομένου ότι ο μη συστηματικός κίνδυνος έχει εξαιρεθεί, λόγω του ότι έχει συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο ο ευρύτερος δυνατός αριθμός μετοχών. Όσο η διαφοροποίηση ενός παθητικού χαρτοφυλακίου είναι

ευρύτερη, τόσο λιγότερο θα αποκλίνει η απόδοσή του, σε σχέση με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Στην περίπτωση του παθητικού χαρτοφυλακίου, το χαρτοφυλάκιο αναφοράς (*benchmark portfolio*), είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς το οποίο, όπως αναφέραμε περιγράφεται από έναν κατά το δυνατόν ευρύτερο δείκτη.

Διάφορες μελέτες έχουν αποδείξει ότι η μέση σταθμισμένη απόδοση η οποία επιτυγχάνεται από το σύνολο των επενδυτών, δεν μπορεί να διαφέρει από την απόδοση της αγοράς. Από αυτό συνεπάγεται πως αν ένας επενδυτής έχει αποδόσεις μεγαλύτερες από αυτές της αγοράς, ένας άλλος επενδυτής θα πρέπει απαραίτητα να έχει αποδόσεις μικρότερες από αυτές της αγοράς και κάποιος επενδυτής που έχει δώσει στο χαρτοφυλάκιο του τη δομή του χαρτοφυλακίου της αγοράς θα έχει αποδόσεις ίσες με αυτές της αγοράς.

Υπάρχουν λοιπόν κερδισμένοι και χαμένοι ως προς την αγορά, συνεπώς, κάθε επενδυτής θα ήθελε να συγκαταλέγεται μεταξύ των κερδισμένων. Αλλά αν η αγορά είναι αποτελεσματική, δε μπορεί παρά να είναι κερδισμένος μόνο στιγμιαία, δηλαδή βραχυπρόθεσμα. Μακροπρόθεσμα, το μέγιστο που μπορεί να ελπίζει είναι η απόδοση της αγοράς αν δεν υπάρχει κόστος συναλλαγών ή μια απόδοση μικρότερη από την απόδοση της αγοράς αν υπάρχει κόστος συναλλαγών [40]. Γενικότερα, είναι πιθανό ο επενδυτής να επιθυμεί κίνδυνο περισσότερο από τα επίπεδα της αγοράς, ενδεχομένως για να επιτύχει μεγαλύτερες αποδόσεις. Άρα, η αγορά πολλές φορές δεν αποτελεί μέτρο σύγκρισης. Για να επιτύχει δε, αυτόν το στόχο, θα πρέπει να διαφοροποιήσει ευρέως το χαρτοφυλάκιο του και να μειώσει κατά το δυνατόν το κόστος συναλλαγών. Πολλοί επενδυτές πιστεύουν ότι η αγορά δεν είναι αποτελεσματική και μπορούν να υπερκεράσουν την απόδοση της. Βέβαια, υπάρχουν ειδικές περιπτώσεις οι οποίες σε τακτικά χρονικά διαστήματα κερδίζουν την αγορά. Αλλά για τον μεμονωμένο επενδυτή αυτό είναι δύσκολο να γίνει, διότι δεν διαθέτει ούτε τις γνώσεις ούτε τον απαραίτητο χρόνο για να κάνει τις χρηματιστηριακές αναλύσεις οι οποίες χρειάζονται και σπάνια βρίσκεται στον κύκλο του κάποιος ειδικός με γνώσεις ικανός να ξεπερνά τακτικά την απόδοση της αγοράς, στον οποίον θα μπορούσε να εμπιστευθεί τη διαχείριση του χαρτοφυλακίου του. Έτσι λοιπόν ένας ιδιώτης επενδυτής καθώς και πολλοί θεσμικοί επενδυτές καταφεύγουν συχνά στη χρήση της παθητικής στρατηγικής.

Η παθητική στρατηγική η οποία αποβλέπει σε μια απόδοση ίση με την απόδοση της αγοράς, για να επιτύχει το στόχο της είναι απαραίτητο:

- Να διαφοροποιήσει το χαρτοφυλάκιο κατά το δυνατόν περισσότερο, με τρόπο ώστε να επενδύσει σε όλες τις μετοχές οι οποίες είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο αναλογικά σε σχέση με τη χρηματιστηριακή κεφαλαιοποίησή τους.
- Να περιορίσει κατά το δυνατόν στο ελάχιστο το κόστος συναλλαγών.

Ο επενδυτής λοιπόν ο οποίος επιθυμεί να ακολουθήσει την παθητική στρατηγική θα αναζητήσει ένα χαρτοφυλάκιο που ακολουθεί έναν δείκτη (*Index Fund*). Ο αντικειμενικός στόχος ενός χαρτοφυλακίου που ακολουθεί έναν δείκτη είναι να ακολουθήσει πιστά και με το μικρότερο κόστος την εξέλιξη ενός χρηματιστηριακού δείκτη τον οποίο θεωρεί ως αντιπροσωπευτικό της αγοράς.

#### 4.6. Σφάλμα παρακολούθησης (Tracking Error)

---

Ως σφάλμα παρακολούθησης [40] (*tracking error*) ορίζεται η διαφορά των αποδόσεων μεταξύ του χαρτοφυλακίου  $P$  και ενός μέτρου σύγκρισης (*Benchmark*)  $B$ . Το μέτρο σύγκρισης ( $B$ ) είναι συνήθως κάποιος χρηματιστηριακός δείκτης. Πρόκειται λοιπόν για μια μέτρηση του σχετικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου σε σχέση με το μέτρο σύγκρισής μας. Στην πράξη, το σφάλμα παρακολούθησης (*tracking error*) έχει δυο χρησιμότητες:

1. Να προβλέψει τον κίνδυνο που αναλαμβάνει ο διαχειριστής σε σχέση με το μέτρο σύγκρισης (σφάλμα παρακολούθησης εκ των προτέρων).
2. Να μετρήσει τον σχετικό κίνδυνο που πραγματοποιήθηκε από το χαρτοφυλάκιο σε σχέση με το μέτρο σύγκρισης (σφάλμα παρακολούθησης εκ των υστέρων).

Από τις παραπάνω χρησιμότητες του σφάλματος παρακολούθησης και κυρίως από τη 2<sup>η</sup>, κάποιος ειδικός είναι σε θέση να βρει καλύτερα μέτρα σύγκρισης.

Το σφάλμα παρακολούθησης δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$TE = R_p - R_B$$

όπου:

- $R_p$ , η απόδοση του χαρτοφυλακίου
- $R_B$ , η απόδοση του μέτρου σύγκρισης (Benchmark).

#### 4.7. Χρηματοοικονομικό Πρόβλημα Βελτιστοποίησης (Αντικειμενική Συνάρτηση - Περιορισμοί)

---

Όσον αφορά τη γνωστική περιοχή της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, έχουν γίνει αρκετές μελέτες σε διάφορα είδη προβλημάτων εξετάζοντας ποικίλες αντικειμενικές συναρτήσεις.

Πιο συγκεκριμένα, στην παρούσα εργασία, η αντικειμενική συνάρτηση είναι ο δείκτης Sortino με στόχο τη μεγιστοποίηση αυτού. Έχουμε κάνει την παραδοχή πως ο επενδυτικός στόχος είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου μας, να ξεπερνά την αντίστοιχη του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο. Άρα:

**Μεγιστοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης (δείκτης Sortino) =**

$$SOR = \frac{E(r_p) - r_f}{\theta_0(r_p)}, \quad (1)$$

όπου:  $r_f$ , το χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο.

Αντικαθιστώντας όπου  $T$  με  $r_f$ , ο τύπος που δίνει το  $\theta_0(r_p)$  γίνεται:

$$\theta_0(r_p) = \left[ \int_{-\infty}^{r_f} [(r_f - r_p)^2 \times f(r_p) dr_p] \right]^{1/2}, \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τώρα τη σχέση (2) στην (1), έχουμε:

$$(1) \xrightarrow{2} S = \frac{Er_p - r_f}{\left[ \int_{-\infty}^{r_f} [(r_p - r_f)^2 f(r_p) dr_p] \right]^{1/2}}$$

Οι περιορισμοί στο πρόβλημά μας είναι οι εξής:

- Το άθροισμα των ποσοστών του κεφαλαίου που επενδύεται στις μετοχές του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι ίσο με 1 ( $\sum_{i=1}^k 1$ ).

όπου:

- $w_i$ , το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχεί στην  $i$  μετοχή του χαρτοφυλακίου.
- $k$ , ο αριθμός μετοχών του χαρτοφυλακίου (cardinality).
- Υπάρχουν ανώτατα και κατώτατα όρια (floor and ceiling constraints) στις τιμές που μπορεί να πάρει το ποσοστό του επενδυμένου κεφαλαίου. Στην παρούσα εργασία, κάνουμε την παραδοχή ότι δεν υπάρχει δανεισμός (short-selling). Συνεπώς, οι τιμές των ποσοστών θα παίρνουν τιμές από μηδέν μέχρι ένα, δηλαδή  $0 \leq w_i \leq 1$ .
- Η διακύμανση του σφάλματος παρακολούθησης (Tracking Error Volatility-TEV) πρέπει να είναι μικρότερη από μια τιμή-στόχο ( $H$ ), την οποία ορίζει ο επενδυτής ( $TEV \leq H$ ).

Η έκφραση της διακύμανσης του σφάλματος παρακολούθησης δίνεται από τον εξής τύπο:

$$TEV = \sqrt{Var(R_p - R_B)}$$

- όπου:  $\sigma_p^2$ , η διακύμανση του χαρτοφυλακίου  
 $\sigma_B^2$ , η διακύμανση του δείκτη

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΤΟΥ ΥΒΡΙΔΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

---

### 5.1. Εισαγωγικά στοιχεία

---

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναλυθούν εκτενώς οι τροποποιήσεις που έγιναν στα επιμέρους τμήματα του υβριδικού σχήματος που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία (ACO-FA). Σκοπός των τροποποιήσεων αυτών είναι η εύρεση καλύτερων ποιοτικά λύσεων ή η μείωση του χρόνου, διατηρώντας όμως τις λύσεις που βρέθηκαν με τους ήδη υπάρχοντες μηχανισμούς πριν υλοποιηθούν οι τροποποιήσεις. Παρακάτω θα αναφερθούν και θα αναλυθούν οι τροποποιήσεις που έγιναν, καθώς επίσης και ποιοι είναι οι μηχανισμοί των αλγορίθμων στους οποίους έγιναν οι αλλαγές.

### 5.2. Τροποποίηση μηχανισμού Roulette Wheel

---

Ένα πολύ σημαντικό ζήτημα είναι ο τρόπος με τον οποίο εισάγεται η τυχαιότητα στη διαδικασία της επιλογής των μετοχών των χαρτοφυλακίων. Η ήδη υπάρχουσα μέθοδος που υπήρχε στον αλγόριθμο για τη διαδικασία αυτή και αναλύθηκε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, ήταν η Roulette Wheel.

Ο αλγόριθμος ACO, ο οποίος όπως έχει αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, επιλέγει  $n$ -άδες μετοχών, συνθέτοντας χαρτοφυλάκια. Η τροποποίηση που έγινε, ήταν στο μηχανισμό ο οποίος εισάγει την έννοια της τυχαιότητας όσον αφορά την επιλογή των μετοχών του χαρτοφυλακίου. Ειδικότερα, αντικαταστάθηκε ο μηχανισμός Roulette Wheel, που παρουσιάστηκε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, από τον μηχανισμό Tournament Selection [16]. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως στους Γενετικούς αλγορίθμους για να επιλέγει μεμονωμένα στοιχεία από έναν πληθυσμό με τυχαίο τρόπο. Βέβαια, πρέπει να τονιστεί ότι η πρώτη μετοχή του πρώτου χαρτοφυλακίου επιλέγεται με τυχαίο τρόπο, οπότε όλες οι υπόλοιπες μετοχές

επιλέγονται βάσει αυτού του μηχανισμού. Στη συνέχεια, η διαδικασία της επιλογής της 2<sup>ης</sup> μετοχής, γίνεται με τον Tournament Selection, ο οποίος λειτουργεί ως εξής:

- Αρχικά, ορίζεται ο αριθμός των μετοχών από τις οποίες θα επιλεγεί η επόμενη, προκειμένου να κατασκευαστεί το χαρτοφυλάκιο. Η επιλογή της επιμέρους ομάδας των μετοχών αυτών διεξάγεται με τυχαίο τρόπο.
- Στη συνέχεια γίνεται ένας έλεγχος, στον οποίο γίνεται εύρεση τυχόν κοινών μετοχών μέσα στο χαρτοφυλάκιο με απώτερο στόχο να εξασφαλιστεί η μοναδικότητα των μετοχών μέσα στο χαρτοφυλάκιο.
- Τέλος, επιλέγεται η μετοχή που έχει την καλύτερη τιμή πιθανότητας μετάβασης για να ενσωματωθεί στο χαρτοφυλάκιο.

Ο μηχανισμός που αναφέρθηκε ανωτέρω, έχει κάποιες διαφορές στη διαδικασία του, από τον αντίστοιχο του Roulette Wheel. Συνοπτικά, ο Roulette Wheel, επιλέγει τη μετοχή βάσει πιθανότητας σε συνδυασμό με έναν μηχανισμό τυχαιότητας, ενώ ο Tournament Selection επιλέγει κάποιες μετοχές και διακρίνει εκείνη με τη μεγαλύτερη πιθανότητα μετάβασης. Έτσι, η επιλογή του στοιχείου στο Roulette Wheel γίνεται από όλα τα υπόλοιπα του δείγματος, ενώ στο Tournament Selection η επιλογή γίνεται από μια ομάδα στοιχείων από τον χώρο των λύσεων με τυχαίο τρόπο.

### 5.3. Τροποποίηση μηχανισμού απόστασης μεταξύ των «τεχνητών» πυγολαμπίδων

---

Ένα δεύτερο ζήτημα, αφορά το στάδιο της επιλογής του ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου (FA). Πιο συγκεκριμένα, για να επιτευχθεί καλύτερη ποιοτικά λύση, πρέπει όλες οι «τεχνητές» πυγολαμπίδες να έχουν επαφή μεταξύ τους, να βλέπει δηλαδή η μια την άλλη. Όλες οι «τεχνητές» πυγολαμπίδες έχουν μια συγκεκριμένη θέση στον χώρο των λύσεων η οποία βέβαια αλλάζει κατά τη διάρκεια της εξερεύνησης για μια καλύτερη ποιοτικά λύση. Αν δηλαδή, μια πυγολαμπίδα βρει μια καλή λύση, τότε θα προσελκύσει και την άλλη, με αποτέλεσμα να αλλάξει η θέση. Ειδικότερα, τη μια «τεχνητή» πυγολαμπίδα έχει κάποια απόσταση από τις υπόλοιπες. Σκοπός είναι να βρεθεί ένα εναλλακτικό μέτρο της απόστασης αυτής, έτσι ώστε να βρεθούν πιο ποιοτικές λύσεις, ή να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος διατηρώντας τις

ίδιες λύσεις. Στον κώδικα χρησιμοποιείται η Ευκλείδεια απόσταση και η τροποποίηση που γίνεται είναι η χρήση της απόστασης Manhattan [24], αντί της Ευκλείδειας απόστασης. Πιο συγκεκριμένα, για να υπολογιστεί η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ 2 «τεχνητών» πυγολαμπίδων, όπως αναλύθηκε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, απαιτούνται υπολογισμοί με πολύπλοκες μαθηματικές πράξεις όπως υπολογισμούς τετραγώνων και τετραγωνικών ριζών, δηλαδή πράξεις που απαιτούν μεγάλη υπολογιστική ισχύ. Κατά συνέπεια αυξάνεται ο υπολογιστικός χρόνος του αλγορίθμου [36]. Για να επιτευχθεί κάποια μείωση του χρόνου αυτού, προτείνονται απλούστερα μέτρα υπολογισμού της απόστασης αυτής. Ένα εναλλακτικό μέτρο αποτελεί η απόσταση Manhattan, η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^d |x_{i,k} - x_{j,k}|$$

όπου:

$d_{ij}$  είναι η απόσταση Manhattan μεταξύ των πυγολαμπίδων  $i$  και  $j$ .

$x_{i,k}$  είναι η  $k$  διάσταση της χωρικής συντεταγμένης  $x_i$ , της  $i$  πυγολαμπίδας.

$x_{j,k}$  είναι η  $k$  διάσταση της χωρικής συντεταγμένης  $x_j$ , της  $j$  πυγολαμπίδας.

Η Ευκλείδεια απόσταση, καθώς επίσης και η απόσταση Manhattan, είναι υποπεριπτώσεις ενός γενικότερου κανόνα που αφορά μέτρα απόστασης τον οποίο εισήγαγε ο Minkowski [29]. Συγκεκριμένα, η απόσταση Minkowski είναι ένα μέτρο απόστασης τάξης  $p$  ( $p$ -norm distance) [22] και ορίζεται ως εξής:

$$p - norm\ distance = \left( \sum_{k=1}^d |x_{i,k} - y_{j,k}|^p \right)^{1/p}$$

Η απόσταση Manhattan, εντάσσεται στον παραπάνω κανόνα και είναι μια υποπερίπτωση στον παραπάνω κανόνα και δίνεται από τον τύπο:

$$1 - norm\ distance\ (Manhattan\ distance) = \sum_{k=1}^d |x_{i,k} - x_{j,k}|, \text{ για } p=1.$$

Επίσης και η Ευκλείδεια απόσταση εντάσσεται στον προαναφερθέν κανόνα και δίνεται από τον τύπο:

$$2 - norm\ distance\ (Euclidean\ distance) = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2}, \text{ για } p=2.$$

## 5.4. Μηχανισμός μείωσης πληθυσμού των «τεχνητών» μυρμηγκιών

---

Οι αλγόριθμοι ACO έχουν χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στο παρελθόν σε δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης [8]. Ωστόσο, όσο συσσωρεύεται η φερομόνη κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων του αλγορίθμου, είναι πολύ πιθανό να μην επιτυγχάνεται ολικό βέλτιστο, διότι σταματά να εξερευνεί τον χώρο των λύσεων, ενώ ο πληθυσμός των «τεχνητών» μυρμηγκιών παραμένει ο ίδιος κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων. Συνεπώς, στις τελευταίες επαναλήψεις του αλγορίθμου, θα έχει ήδη έχει συσσωρευτεί αρκετή ποσότητα φερομόνης. Ο πληθυσμός των «τεχνητών» μυρμηγκιών θα έχει φτάσει σε μια συγκεκριμένη υπο-βέλτιστη λύση και το εύρος της περιοχής στην οποία «ψάχνουν» τα μυρμηγκία θα έχει πλέον μειωθεί. Έτσι, προτείνεται μια παραλλαγή του αλγορίθμου ACO, η οποία θα αυξάνει την εξερευνητική ικανότητα (*global searching capability*) [38]. Παρακάτω, αναλύεται ο αλγόριθμος αυτός.

Αρχικά, στον προτεινόμενο αλγόριθμο, ο πληθυσμός των «τεχνητών» μυρμηγκιών είναι μεγαλύτερος από τον απλό ACO. Αυτό γίνεται για να επεκταθεί το εύρος της εξερεύνησης στον χώρο των λύσεων (*searching range*). Όσο αυξάνεται ο αριθμός των επαναλήψεων, ο πληθυσμός των μυρμηγκιών, αντίστοιχα, μειώνεται (*population declining ACO- PDACO*) [38]. Υλοποιώντας την παραπάνω παραλλαγή, είναι πιθανότερο να βρεθούν καλύτερες ποιοτικά λύσεις. Ο μηχανισμός με τον οποίο θα μειώνεται ο πληθυσμός των «τεχνητών» μυρμηγκιών σε κάθε επανάληψη, δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$M_n = M - n \times \Delta M$$

όπου:

- $M$ : ο πληθυσμός της αποικίας των «τεχνητών» μυρμηγκιών στην αρχή
- $n$ : ο αριθμός των επαναλήψεων
- $\Delta M$ : ο αριθμός των «τεχνητών» μυρμηγκιών που μειώνεται σε κάθε επανάληψη

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

---

### 6.1. Εισαγωγή

---

Στο παρόν κεφάλαιο, θα παρουσιαστεί η πειραματική διαδικασία και θα αναλυθούν λεπτομερώς τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που διεξήχθησαν. Αρχικά, πρέπει να τονιστεί, πως τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τις προσομοιώσεις, είναι οι μετοχές και οι αντίστοιχες ημερήσιες τιμές κλεισίματός τους, που απαρτίζουν το χρηματιστηριακό δείκτη S&P 500<sup>21</sup> των Ηνωμένων Πολιτειών. Προτιμήθηκε ο δείκτης αυτός, διότι αποτελείται από σημαντικές επιχειρήσεις και θεωρείται ίσως ο σημαντικότερος χρηματιστηριακός δείκτης των ΗΠΑ. Το χρονικό διάστημα που μελετάται, είναι 6 μήνες (1 Δεκεμβρίου 2008- 1 Μαΐου 2009). Ο λόγος ο οποίος εξετάζεται το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα είναι διότι αντικατοπτρίζει την πιο πρόσφατη χρονική περίοδο της παγκόσμιας οικονομικής κρίσης που διάγουμε.

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο υπολογιστικό κέντρο του Τμήματος Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης, με την χρήση του υπολογιστικού προγράμματος Matlab 2008b. Πιο συγκεκριμένα έγινε χρήση της εργαλειοθήκης parallel distribution toolbox, σε συστοιχία 8 υπολογιστών 1U με συνολική υπολογιστική ισχύ 112 Gflops.

Οι υπολογιστικές μηχανές<sup>22</sup> ήταν της εταιρίας DELL και αποτελούνταν από 2 επεξεργαστές AMD Opteron των 2 πυρήνων με συχνότητα λειτουργίας τα 2.00 GHz. Η μνήμη του κάθε συστήματος ήταν 4 GB και ήταν χρονοσμένοι στα 666 Mhz . Οι υπολογιστές ήταν συνδεδεμένοι με ένα Switch managed 1Gb της εταιρίας Allied Telesis. Το λειτουργικό σύστημα που επιλέχτηκε ήταν το Rocks Cluster Linux.

---

<sup>21</sup> Η πηγή από την οποία προέρχονται τα δεδομένα, είναι η βάση δεδομένων που βρίσκεται στην ιστοσελίδα (<http://finance.yahoo.com/>).

<sup>22</sup> Περισσότερες λεπτομέρειες για το υπολογιστικό σύστημα που χρησιμοποιήθηκε μπορούν να βρεθούν στην ηλεκτρονική διεύθυνση <http://www.rocksclusters.org/rocks-register/details.php?id=1381> όπως επίσης στον διαδικτυακό τόπο <http://cluster.fme.aegean.gr>.

## 6.2. Στατιστική ανάλυση δεδομένων

---

Πριν από την ανάλυση της πειραματικής διαδικασίας, είναι σκόπιμο να γίνει μια επεξεργασία των δεδομένων και ιδιαίτερα του δείκτη, με σκοπό να επισημανθούν βασικές στατιστικές ιδιότητές του. Πιο συγκεκριμένα, θα βρεθούν κάποια στατιστικά μέτρα των τιμών και των αποδόσεων του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται. Αυτά είναι ορισμένα από τα εργαλεία επεξεργασίας των δεδομένων, τα οποία υπαγορεύει η θεωρία της κλασικής στατιστικής.

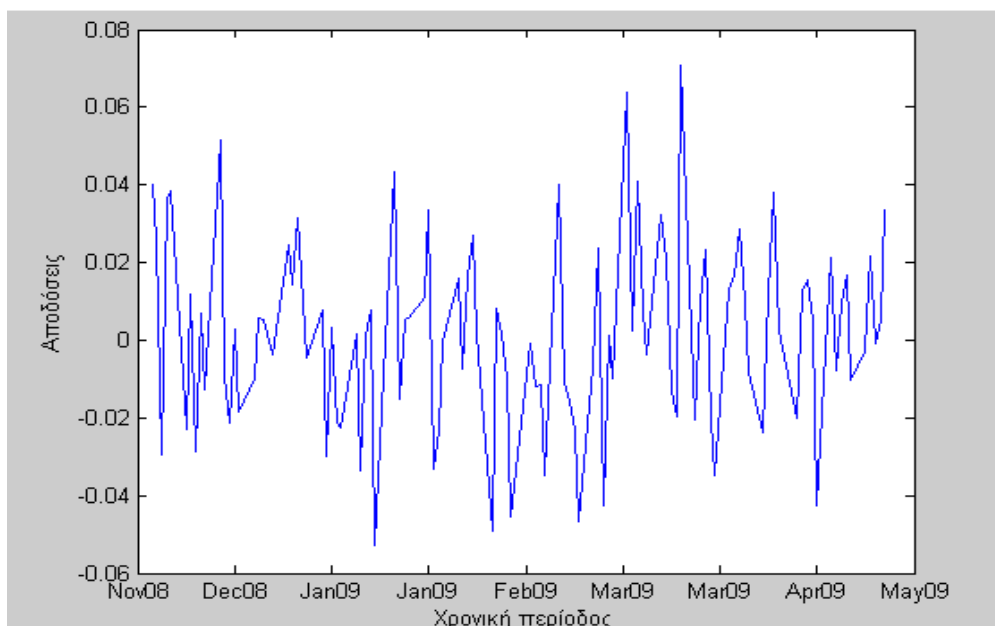
Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να επισημανθεί ο τρόπος υπολογισμού των αποδόσεων του δείκτη:

$$return_i = \frac{price_i - price_{i-1}}{price_{i-1}}$$

όπου:

- $return_i$ : η απόδοση του δείκτη σε μία  $i$  ημέρα
- $price_i$ : η τιμή του δείκτη σε μία  $i$  ημέρα
- $price_{i-1}$ : η τιμή του δείκτη την προηγούμενη ημέρα από την  $i$

Αρχικά, παρουσιάζεται ένα γράφημα στο οποίο φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο «κινούνται» οι αποδόσεις του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται:



**Γράφημα 1: Αποδόσεις S&P 500 στην εξεταζόμενη περίοδο**

Εν συνεχεία, στους παρακάτω πίνακες παραθέτονται κάποια στατιστικά αποτελέσματα των δεδομένων.

<b>Μέτρα κεντρικής τάσης</b>	<u>Μέση Τιμή</u>	<u>Διάμεσος</u>	<u>Μέγιστη τιμή</u>	<u>Ελάχιστη τιμή</u>
S&P 500	0.0013	0.0018	0.0708	-0.0528

**Πίνακας 1: Μέτρα κεντρικής τάσης αποδόσεων S&P 500**

<b>Μέτρα διασποράς</b>	<u>Εύρος τιμών</u>	<u>Διακύμανση</u>	<u>Τυπική απόκλιση</u>
S&P 500	0.1236	0.0006054	0.0246

**Πίνακας 2: Μέτρα διασποράς αποδόσεων S&P 500**

<b>Μέτρα κανονικότητας</b>	<u>Ασυμμετρία (Skewness)</u>	<u>Κύρτωση(Kurtosis)</u>
S&P 500	0.1661	2.9706

**Πίνακας 3: Μέτρα κανονικότητας αποδόσεων S&P 500**

Ο Πίνακας 1 περιλαμβάνει κάποια μέτρα κεντρικής τάσης (μέση τιμή, διάμεσος, μέγιστη και ελάχιστη τιμή), μέσω των οποίων μπορεί να παρατηρηθεί η συμπεριφορά των αποδόσεων ως προς τη μέση, στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Ο Πίνακας 2 παρουσιάζει κάποια μέτρα διασποράς (εύρος τιμών, διακύμανση, τυπική απόκλιση). Στις επενδυτικές αποφάσεις, πέρα από τις αποδόσεις (κατά μέσο όρο) που μπορεί να έχει ένα χρεόγραφο, ένα εξίσου σημαντικό του στοιχείο είναι και η διακύμανση των τιμών του γύρω από τον μέσο. Αν η διακύμανση είναι μεγάλη, τότε υπάρχει και μεγαλύτερος κίνδυνος. Η διακύμανση που έχουν οι αποδόσεις του δείκτη τη χρονική περίοδο που εξετάζεται, είναι αρκετά υψηλή, που σημαίνει ότι υπάρχει μεγάλος κίνδυνος.

Ο Πίνακας 3 παρουσιάζει κάποια μέτρα κανονικότητας, στόχος των οποίων είναι να δείξουν το κατά πόσο η κατανομή του συνόλου των δεδομένων προσεγγίζει την κανονική. Ειδικότερα, όσον αφορά το πρώτο μέτρο κανονικότητας, την ασυμμετρία (Skewness), μετράει την ασυμμετρία των δεδομένων γύρω από τη μέση τιμή, δηλαδή

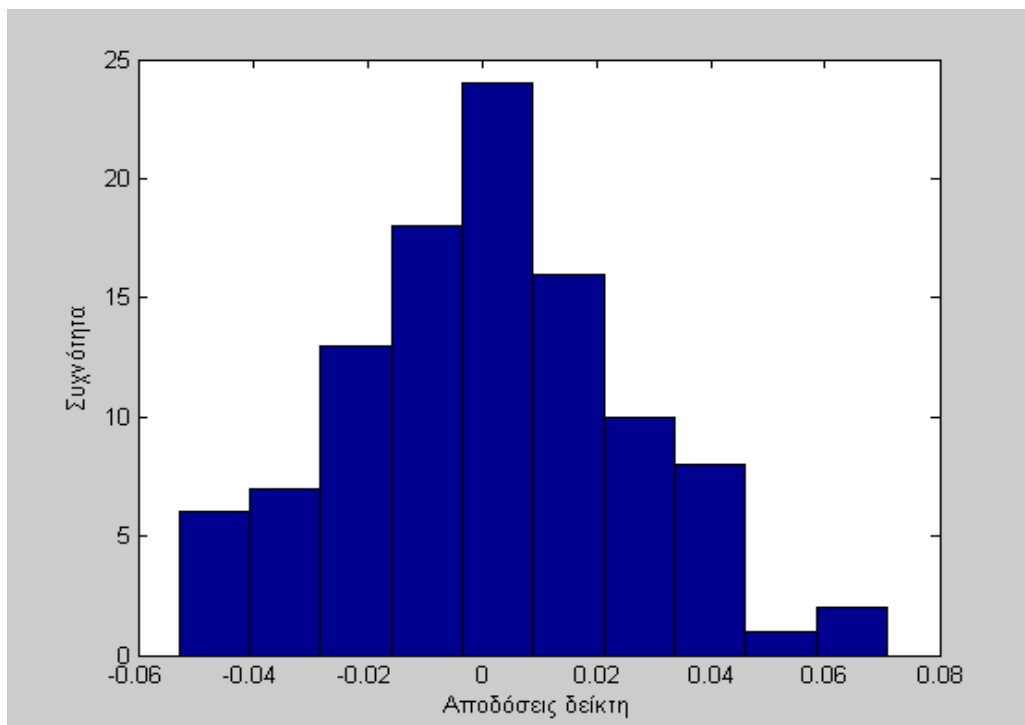
πόσο και προς ποια κατεύθυνση αποκλίνει η κατανομή από την πλήρη συμμετρία (Skewness = 0). Τα είδη της ασυμμετρίας είναι τα κάτωθι:

- Θετική: Εξόγκωση προς τα αριστερά και μεγάλη ουρά προς τα δεξιά (Skewness>0).
- Αρνητική: Εξόγκωση προς τα δεξιά και μεγάλη ουρά προς τα αριστερά (Skewness<0).

Όσον αφορά το 2<sup>ο</sup> μέτρο, την Κύρτωση (Kurtosis), είναι μέτρο της οξύτητας της κορυφής μιας κατανομής. Οι κατηγορίες που αναγνωρίζονται είναι:

- Λεπτόκυρτη (kurtosis > 3)
- Πλατύκυρτη (kurtosis < 3)
- Μεσόκυρτη (kurtosis = 3)

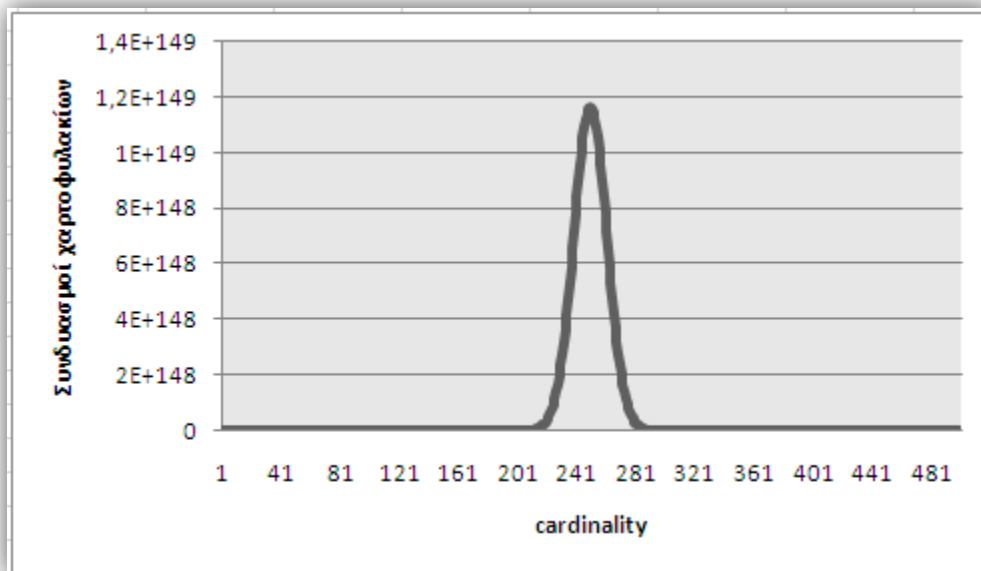
Γενικά, το μέτρο αυτό δείχνει πόσο ακραίες τιμές υπάρχουν στα δεδομένα.. Η κύρτωση της κανονικής κατανομής είναι 3. Τιμές μεγαλύτερες του 3 παρουσιάζουν ιστόγραμμα με υψηλή κορυφή και σχετικά παχιές ουρές, ενώ μικρότερες του 3 έχουν μια πιο επίπεδη κορυφή. Τα παραπάνω αποτυπώνονται ευκρινέστερα σε ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων, τα οποία θα παρουσιαστούν παρακάτω.



Γράφημα 2: Ιστόγραμμα αποδόσεων - συχνοτήτων

Από το παραπάνω ιστόγραμμα παρατηρείται πως η κατανομή προσεγγίζει την κανονική. Αυτό φαίνεται άλλωστε και από τα αποτελέσματα των μέτρων κανονικότητας, αφού η τιμή του skewness είναι κοντά στο 0, (0.1661) και η τιμή του kurtosis είναι κοντά στο 3, (2.9706).

Αφού έγινε η στατιστική ανάλυση των δεδομένων της εργασίας, γίνεται στη συνέχεια μια μελέτη για να ελεγχθεί ο αριθμός των χαρτοφυλακίων που προκύπτουν, για διάφορα cardinalities. Αυτό φαίνεται στο παρακάτω γράφημα:



Γράφημα 3: Πλήθος χαρτοφυλακίων για διάφορα cardinalities

Από αυτό το γράφημα, επισημαίνεται ότι οι συνδυασμοί χαρτοφυλακίων αυξάνονται εκθετικά, καθώς αυξάνεται το cardinality. Ο μέγιστος αριθμός συνδυασμών χαρτοφυλακίων επιτυγχάνεται αν συμπεριληφθούν 250 μετοχές. Τα δυνατά χαρτοφυλάκια που προκύπτουν, είναι  $1,2 \cdot 10^{149}$ . Συνεπώς, με τα δεδομένα αυτά, είναι προφανές πως είναι αδύνατον να γίνει εξαντλητική αναζήτηση, σε όλα τα χαρτοφυλάκια με σκοπό να βρεθεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, ακόμη και στην περίπτωση που υπάρχει μικρό cardinality.

### 6.3. Ανάλυση πειραματικής διαδικασίας

---

Παρακάτω παραθέτονται τα σετ των πειραμάτων που θα διεξαχθούν, με τις ρυθμίσεις που έχουν επιλεγεί για τον υβριδικό αλγόριθμο. Θα διεξαχθούν συνολικά 4 σετ πειραμάτων, στα οποία θα γίνει μια σύγκριση μεταξύ των μηχανισμών που τροποποιήθηκαν, ενώ στη συνέχεια θα διεξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα.

Από την πειραματική διαδικασία, θα βρεθούν τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια, τα βέλτιστα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου, καθώς επίσης και οι καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης (Sortino Ratio), για τα παραπάνω χαρτοφυλάκια. Έπειτα, θα διαπιστωθεί ο τρόπος με τον οποίο το υβριδικό σχήμα που χρησιμοποιήθηκε, ψάχνει στον χώρο των λύσεων. Όπως αναφέρεται παρακάτω, θα διεξαχθούν 81 ανεξάρτητες επαναλήψεις σε κάθε σετ πειραμάτων από τις οποίες θα προκύψουν κατανομές. Στις κατανομές αυτές θα φαίνεται η συχνότητα με την οποία, ο αλγόριθμος υπολογίζει συγκεκριμένες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης. Συνεπώς, μπορεί να διαπιστωθεί ο τρόπος με τον οποίο ψάχνει ο αλγόριθμος.

Τα σετ των πειραμάτων καθώς επίσης και τα αποτελέσματα στο καθένα, είναι τα ακόλουθα:

- 1<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων:
  - Χρήση Roulette Wheel και Euclidean distance
  - Ανεξάρτητες Επαναλήψεις: 81
- Ρυθμίσεις του ACO:
  - Ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης :0.2
  - Ποσοστό των καλύτερων μυρμηγκιών κάθε επανάληψης: 0.1 (10%)
  - Πληθυσμός μυρμηγκιών: 50
  - Γενιές μυρμηγκιών: 10
- Ρυθμίσεις του Firefly Algorithm:
  - $\gamma^{23}$ : 0.2
  - $b_0^{24} = 1$

---

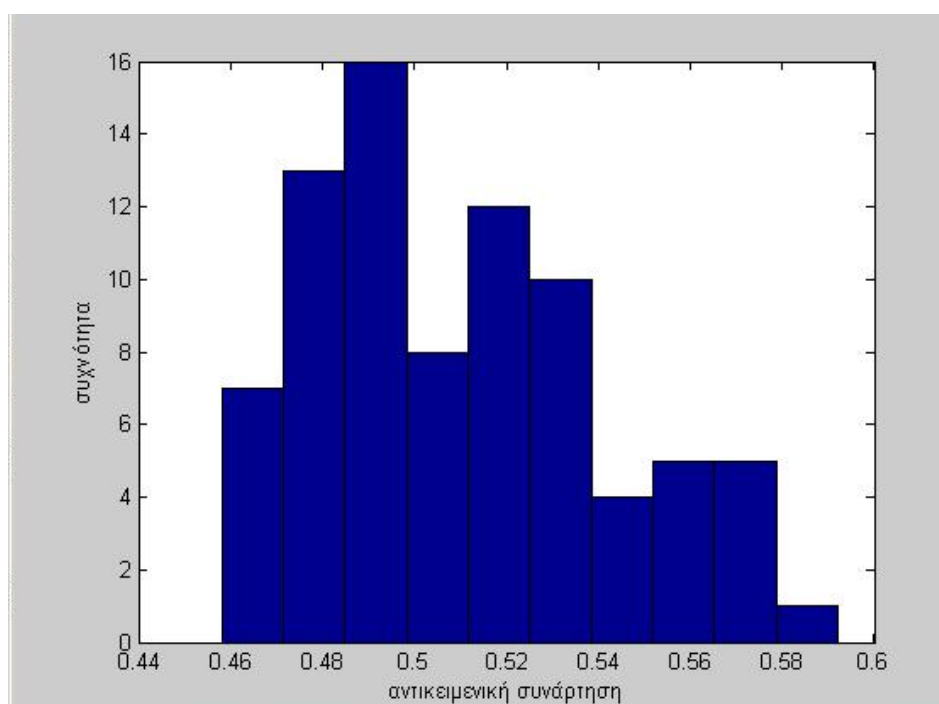
<sup>23</sup> Συντελεστής απορρόφησης φωτός.

- $\alpha^{25}=0.4$
- $m^{26}=2$
- Πληθυσμός πυγολαμπίδων: 100
- Γενιές πυγολαμπίδων: 2

➤ Ρυθμίσεις του Χρηματοοικονομικού προβλήματος:

- cardinality<sup>27</sup>: 5
- $w_l^{28} = 0$
- $w_u^{29} = 1$

Στο 1<sup>ο</sup> σετ των πειραμάτων του υβριδικού αλγορίθμου εξετάστηκαν, όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, οι μηχανισμοί Roulette Wheel και Euclidean Distance. Η κατανομή που προέκυψε είναι η εξής:



**Γράφημα 4: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Roulette Wheel-Euclidean Distance)**

<sup>24</sup> Βαθμός προσέλκυσης από μια υποθετική πηγή φωτός.

<sup>25</sup> Παράγοντας τυχαιότητας.

<sup>26</sup> Παράμετρος για τον υπολογισμό της προσέλκυσης.

<sup>27</sup> Πλήθος μετοχών του χαρτοφυλακίου.

<sup>28</sup> Κατώτερο όριο τιμών ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου.

<sup>29</sup> Ανώτερο όριο τιμών ποσοστού επενδυμένου κεφαλαίου.

Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ στον κατακόρυφο, η συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι αντίστοιχες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης.

Παρακάτω γίνεται μια στατιστική ανάλυση της κατανομής αυτής:

<b>Μέτρα κεντρικής τάσης</b>	<u>Μέση Τιμή</u>	<u>Διάμεσος</u>	<u>Μέγιστη τιμή</u>	<u>Ελάχιστη τιμή</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.5093	0.5040	0.5921	0.4582

**Πίνακας 4: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1<sup>ο</sup> σετ)**

<b>Μέτρα διασποράς</b>	<u>Εύρος τιμών</u>	<u>Διακύμανση</u>	<u>Τυπική απόκλιση</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.1340	9.9831e-004	0.0316

**Πίνακας 5: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1<sup>ο</sup> σετ)**

<b>Μέτρα κανονικότητας</b>	<u>Ασυμμετρία (Skewness)</u>	<u>Κύρτωση(Kurtosis)</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.5529	2.4379

**Πίνακας 6: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (1<sup>ο</sup> σετ)**

Ένα επιπλέον μέτρο για να υπάρχει μια περισσότερο πλήρης εικόνα της κατανομής είναι τα ποσοστιαία σημεία (*quantiles*). Ειδικότερα, το p-ποσοστιαίο σημείο είναι η τιμή εκείνης της παρατήρησης για την οποία ποσοστό  $100 \cdot p$  % των παρατηρήσεων έχει τιμή μικρότερη από την τιμή της συγκεκριμένης παρατήρησης και το υπόλοιπο ποσοστό  $100 \cdot (1-p)$  % έχει τιμή μεγαλύτερη. Συμβολίζεται με  $x_p$  και ανάλογα με την τιμή του p παίρνει και την κατάλληλη ονομασία. Τα ποσοστιαία σημεία (*quantiles*) υπολογίζονται με τρόπο ανάλογο προς αυτό της διαμέσου.

<i>Πιθανότητες</i>	<i>Ποσοστιαία σημεία (quantiles)</i>
0.025	0.4626
0.25	0.4847
0.50	0.5040
0.75	0.5327
0.975	0.5717

**Πίνακας 7: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (1ο σετ)**

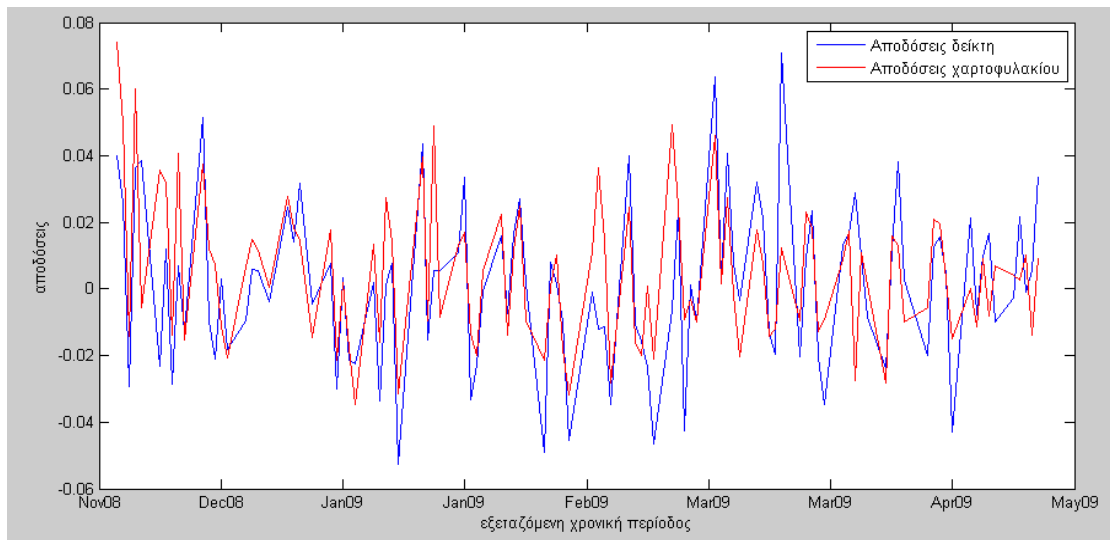
Από την ανάλυση αυτή, αν και δε μπορούν να διεξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα, η κατανομή παρουσιάζει εξόγκωση προς τα δεξιά, έστω και σε μικρό βαθμό, ενώ έχει μια σχετικά πιο επίπεδη κορυφή από εκείνη της κανονικής κατανομής.

Στον παρακάτω πίνακα διακρίνεται η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς επίσης και τα χαρτοφυλάκια και τα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχούν στην αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

<i>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:</i>	0.5921
<i>Χαρτοφυλάκιο:</i>	[45 87 365 449 485]
<i>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου:</i>	[0.5645 0 0.0472 0 0.3882]

**Πίνακας 8: Καλύτερη λύση του πρώτου σετ πειραμάτων**

Στο παρακάτω γράφημα φαίνονται οι αποδόσεις του καλύτερου χαρτοφυλακίου του 1<sup>ου</sup> σετ πειραμάτων σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται.

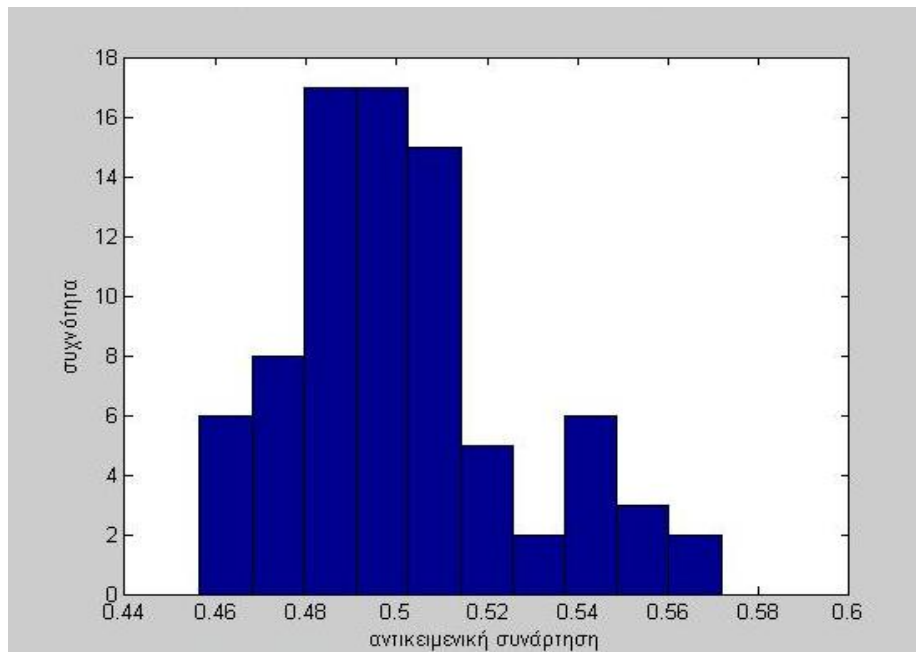


**Γράφημα 5: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Roulette Wheel- Euclidean Distance)**

- 2<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων:
  - Χρήση Tournament Selection και Euclidean distance
  - Ανεξάρτητες Επαναλήψεις: 81
  
- Ρυθμίσεις του ACO:
  - Ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης :0.2
  - Ποσοστό των καλύτερων μυρμηγκιών κάθε επανάληψης: 0.1 (10%)
  - Πληθυσμός μυρμηγκιών: 50
  - Γενιές μυρμηγκιών: 10
  
- Ρυθμίσεις του Firefly Algorithm:
  - gamma: 0.2
  - $b_0 = 1$
  - alpha=0.4
  - m=2
  - Πληθυσμός πυγολαμπίδων: 100
  - Γενιές πυγολαμπίδων: 2
  
- Ρυθμίσεις του Χρηματοοικονομικού προβλήματος:
  - cardinality: 5
  - $w_1 = 0$

-  $w_u = 1$

Στο 2<sup>ο</sup> σετ των πειραμάτων του υβριδικού αλγορίθμου εξετάστηκαν, όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, οι μηχανισμοί Tournament Selection και Euclidean Distance. Η κατανομή που προέκυψε είναι η εξής:



**Γράφημα 6: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Tournament Selection-Euclidean Distance)**

Στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ στον κατακόρυφο, η συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι αντίστοιχες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης.

Παρακάτω γίνεται μια στατιστική ανάλυση της κατανομής αυτής:

<b>Μέτρα κεντρικής τάσης</b>	<u>Μέση Τιμή</u>	<u>Διάμεσος</u>	<u>Μέγιστη τιμή</u>	<u>Ελάχιστη τιμή</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.5023	0.4959	0.5717	0.4565

**Πίνακας 9: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2<sup>ο</sup> σετ)**

<b>Μέτρα διασποράς</b>	<u>Εύρος τιμών</u>	<u>Διακύμανση</u>	<u>Τυπική απόκλιση</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.1151	6.1595e-004	0.0248

**Πίνακας 10: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2<sup>ο</sup> σετ)**

<b>Μέτρα κανονικότητας</b>	<u>Ασυμμετρία</u> (Skewness)	<u>Κύρτωση(Kurtosis)</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.8073	3.3037

**Πίνακας 11: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (2<sup>ο</sup> σετ)**

<u>Πιθανότητες</u>	<u>Ποσοστιαία σημεία (quantiles)</u>
0.025	0.4646
0.25	0.4873
0.50	0.4959
0.75	0.5133
0.975	0.5614

**Πίνακας 12: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (2ο σετ)**

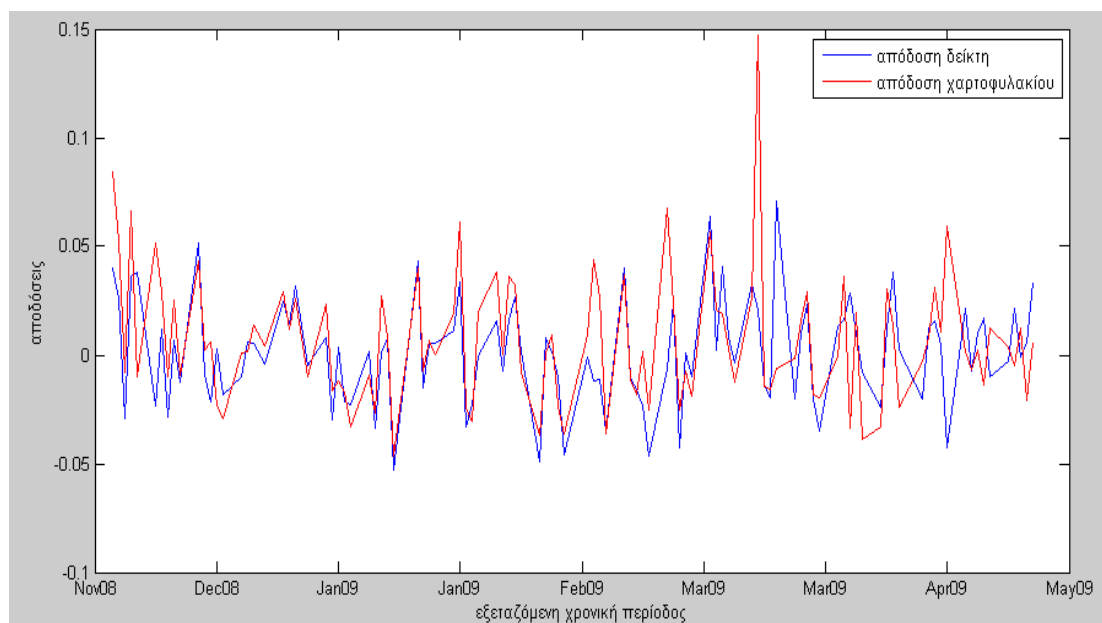
Από την ανάλυση αυτή, αν και δε μπορούν να διεξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα, η κατανομή παρουσιάζει εξόγκωση προς τα δεξιά, έστω και σε μικρό βαθμό, ενώ έχει μια σχετικά πιο επίπεδη κορυφή από εκείνη της κανονικής κατανομής.

Στον παρακάτω πίνακα διακρίνεται η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς επίσης και τα χαρτοφυλάκια και τα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχούν στην αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:</u>	0.5717
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[33 45 229 242 309]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου:</u>	[5.2329e-004 0.7869 0.0347 0.1779 0]

**Πίνακας 13: Καλύτερη λύση του δεύτερου σετ πειραμάτων**

Στο παρακάτω γράφημα φαίνονται οι αποδόσεις του καλύτερου χαρτοφυλακίου του 2<sup>ου</sup> σετ πειραμάτων σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται.

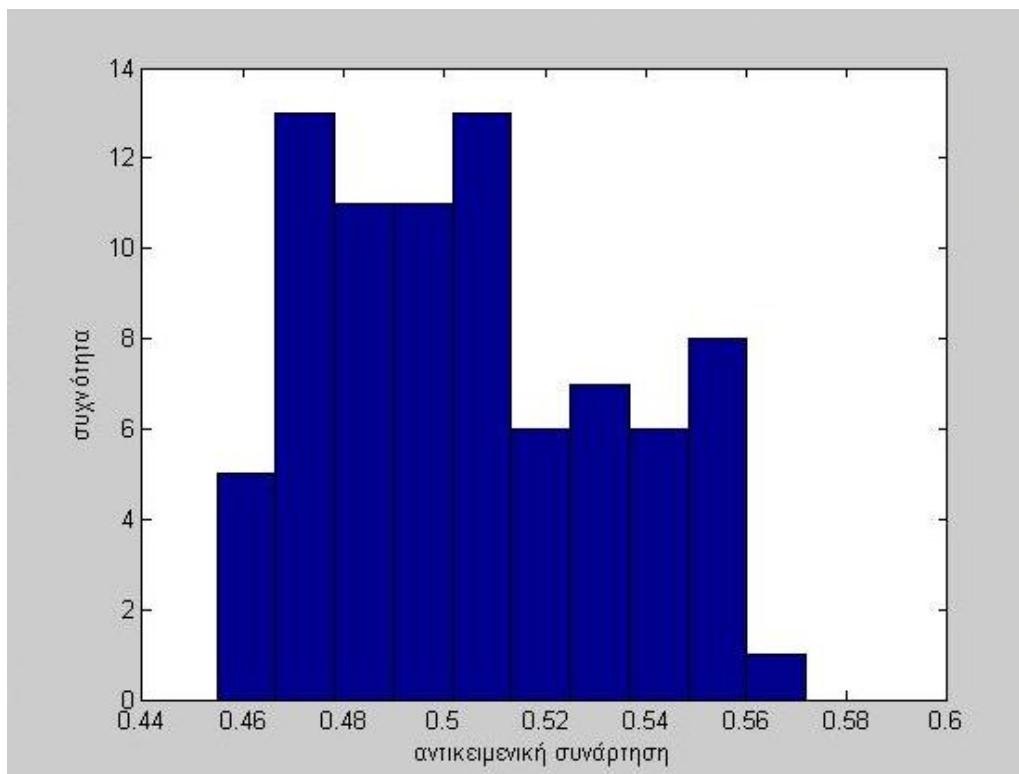


**Γράφημα 7: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Tournament Selection - Euclidean Distance)**

- 3<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων:
  - Χρήση Roulette Wheel και Manhattan Distance
  - Ανεξάρτητες Επαναλήψεις: 81
- Ρυθμίσεις του ACO:
  - Ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης :0.2
  - Ποσοστό των καλύτερων μυρμηγκιών κάθε επανάληψης: 0.1 (10%)

- Πληθυσμός μυρμηγκιών: 50
- Γενιές μυρμηγκιών: 10
  
- Ρυθμίσεις του Firefly Algorithm:
  - gamma: 0.2
  - $b_0 = 1$
  - alpha=0.4
  - m=2
  - Πληθυσμός πυγολαμπίδων: 100
  - Γενιές πυγολαμπίδων: 2
  
- Ρυθμίσεις του Χρηματοοικονομικού προβλήματος:
  - cardinality: 5
  - $w_l = 0$
  - $w_u = 1$

Στο 3<sup>ο</sup> σετ των πειραμάτων του υβριδικού αλγορίθμου εξετάστηκαν, όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, οι μηχανισμοί Roulette Wheel και Manhattan Distance. Η κατανομή που προέκυψε είναι η εξής:



**Γράφημα 8:** Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Roulette Wheel-Manhattan Distance)

Παρακάτω γίνεται μια στατιστική ανάλυση της κατανομής αυτής:

<b>Μέτρα κεντρικής τάσης</b>	<u>Μέση Τιμή</u>	<u>Διάμεσος</u>	<u>Μέγιστη τιμή</u>	<u>Ελάχιστη τιμή</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.5049	0.5022	0.5718	0.4548

**Πίνακας 14:** Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3ο σετ)

<b>Μέτρα διασποράς</b>	<u>Εύρος τιμών</u>	<u>Διακύμανση</u>	<u>Τυπική απόκλιση</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.1170	8.4380e-004	0.0290

**Πίνακας 15:** Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3<sup>ο</sup> σετ)

<b>Μέτρα κανονικότητας</b>	<u>Ασυμμετρία</u> (Skewness)	<u>Κύρτωση(Kurtosis)</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.3246	2.1647

**Πίνακας 16: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (3<sup>ο</sup> σετ)**

<u>Πιθανότητες</u>	<u>Ποσοστιαία σημεία (quantiles)</u>
0.025	0.4580
0.25	0.4833
0.50	0.5022
0.75	0.5317
0.975	0.5567

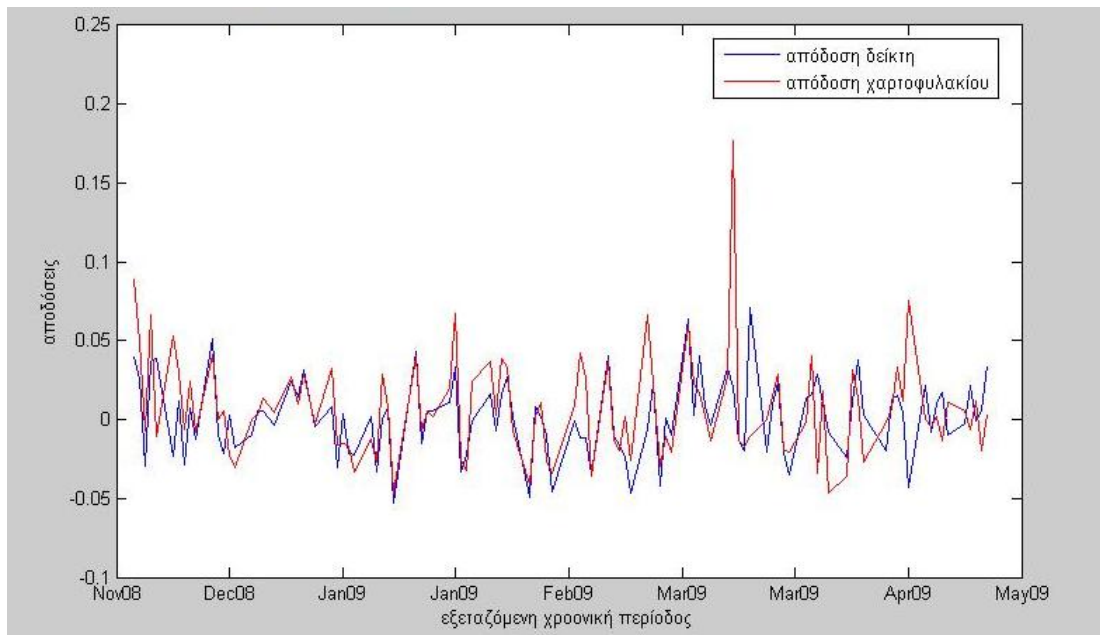
**Πίνακας 17: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (3ο σετ)**

Στον παρακάτω πίνακα διακρίνεται η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς επίσης και τα χαρτοφυλάκια και τα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχούν στην αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:</u>	0.5718
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[45 66 79 107 242]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου:</u>	[0.7816 0 0 0 0.2184]

**Πίνακας 18: Καλύτερη λύση του τρίτου σετ πειραμάτων**

Στο παρακάτω γράφημα φαίνονται οι αποδόσεις του καλύτερου χαρτοφυλακίου του 3<sup>ου</sup> σετ πειραμάτων σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται.



**Γράφημα 9: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Roulette Wheel - Manhattan Distance)**

- 4<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων:

- Χρήση Tournament Selection και Manhattan distance
- Ανεξάρτητες Επαναλήψεις: 81

- Ρυθμίσεις του ACO:

- Ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης :0.2
- Ποσοστό των καλύτερων μυρμηγκιών κάθε επανάληψης: 0.1 (10%)
- Πληθυσμός μυρμηγκιών: 50
- Γενιές μυρμηγκιών: 10

- Ρυθμίσεις του Firefly Algorithm:

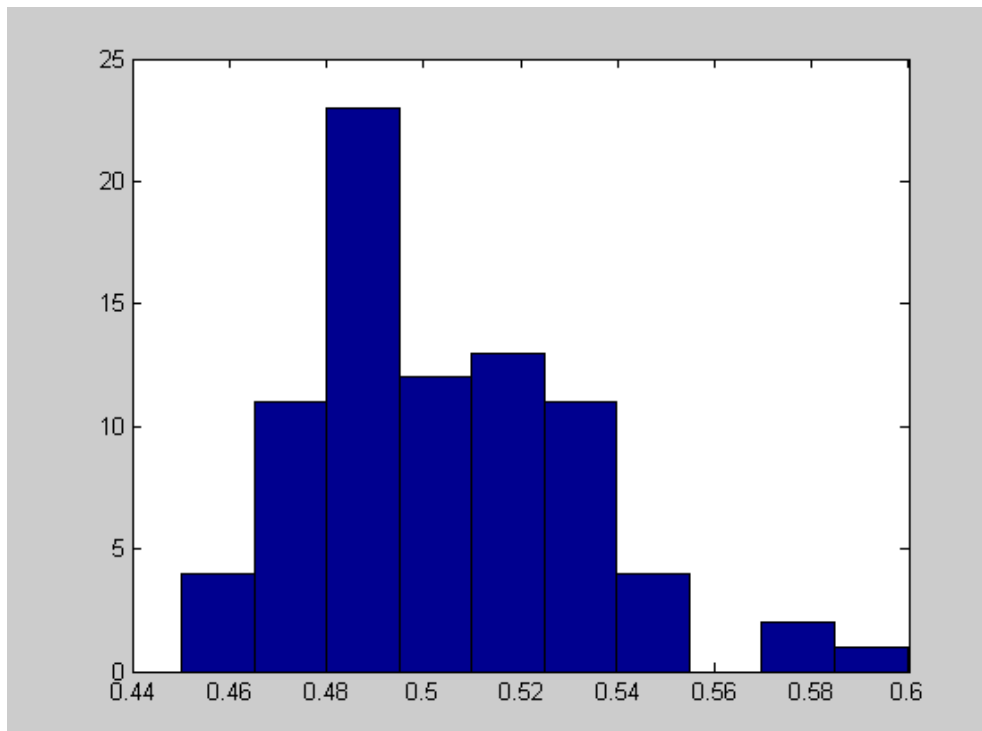
- gamma: 0.2
- $b_0 = 1$
- alpha=0.4
- m=2
- Πληθυσμός πυγολαμπίδων: 100

- Γενιές πυρολαμπίδων: 2

➤ Ρυθμίσεις του Χρηματοοικονομικού προβλήματος:

- cardinality: 5
- $w_l = 0$
- $w_u = 1$

Στο 4<sup>ο</sup> σετ των πειραμάτων του υβριδικού αλγορίθμου εξετάστηκαν, όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, οι μηχανισμοί Tournament Selection και Manhattan Distance. Η κατανομή που προέκυψε είναι η εξής:



**Γράφημα 10: Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης και συχνοτήτων (Tournament Selection- Manhattan Distance)**

Παρακάτω γίνεται μια στατιστική ανάλυση της κατανομής αυτής:

<b>Μέτρα κεντρικής τάσης</b>	<u>Μέση Τιμή</u>	<u>Διάμεσος</u>	<u>Μέγιστη τιμή</u>	<u>Ελάχιστη τιμή</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.5024	0.4969	0.5996	0.4503

**Πίνακας 19: Μέτρα κεντρικής τάσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4ο σετ)**

<b>Μέτρα διασποράς</b>	<u>Εύρος τιμών</u>	<u>Διακύμανση</u>	<u>Τυπική απόκλιση</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.1494	8.0800e-004	0.0284

**Πίνακας 20: Μέτρα διασποράς της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4<sup>ο</sup> σετ)**

<b>Μέτρα κανονικότητας</b>	<u>Ασυμμετρία</u> (Skewness)	<u>Κύρτωση(Kurtosis)</u>
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.8055	3.7428

**Πίνακας 21: Μέτρα κανονικότητας της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (4<sup>ο</sup> σετ)**

<u>Πιθανότητες</u>	<u>Ποσοστιαία σημεία (quantiles)</u>
0.025	0.4582
0.25	0.4833
0.50	0.4969
0.75	0.5156
0.975	0.5718

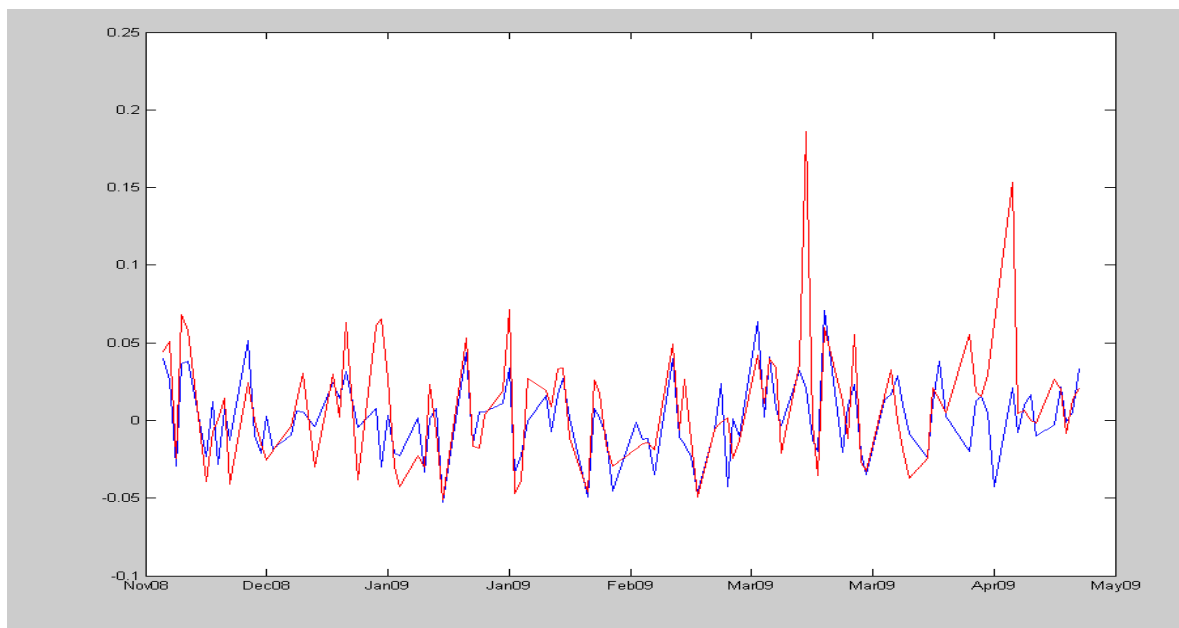
**Πίνακας 22: Πίνακας 17: Ποσοστιαία σημεία κατανομής (4ο σετ)**

Στον παρακάτω πίνακα διακρίνεται η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς επίσης και τα χαρτοφυλάκια και τα ποσοστά επενδυμένου κεφαλαίου που αντιστοιχούν στην αντίστοιχη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:</u>	0.5996
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[81 115 174 242 438]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου:</u>	[0.0902 0 0.3202 0.2368 0.3528]

**Πίνακας 23: Καλύτερη λύση του τέταρτου σετ πειραμάτων**

Στο παρακάτω γράφημα φαίνονται οι αποδόσεις του καλύτερου χαρτοφυλακίου του 4<sup>ου</sup> σετ πειραμάτων σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη στη χρονική περίοδο που εξετάζεται.



**Γράφημα 11: Χρονική περίοδος - αποδόσεις (Tournament Selection - Manhattan Distance)**

Στον πίνακα αυτόν, παραθέτονται συνοπτικά τα πειράματα που διεξήχθησαν, καθώς επίσης και οι χρόνοι διεξαγωγής τους.

<u>Πειράματα</u>	<u>Χρόνος διεξαγωγής (ημέρες)</u>
• 1 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Euclidean Distance)	3.2
• 2 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Euclidean Distance)	3
• 3 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Manhattan Distance)	2.92
• 4 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Manhattan Distance)	3.07

**Πίνακας 24: Πειράματα - χρόνοι διεξαγωγής**

Από τα παραπάνω σετ πειραμάτων, μπορούν να διεξαχθούν κάποια χρήσιμα συμπεράσματα, όσον αφορά τον τρόπο λειτουργίας του αλγοριθμικού σχήματος, καθώς επίσης και για τους εναλλακτικούς μηχανισμούς που υιοθετούνται. Αρχικά, πρέπει να τονιστεί πως δεν μπορούν να εξασφαλιστούν σε μεγάλο βαθμό ασφαλή συμπεράσματα, λόγω του σχετικά περιορισμένου αριθμού των ανεξάρτητων

επαναλήψεων (81 ανεξάρτητες επαναλήψεις και στα 4 σετ πειραμάτων) και των τιμών κάποιων παραμέτρων (γενιές «τεχνητών» πυγολαμπίδων, γενιές «τεχνητών» μυρμηγκιών, πληθυσμός «τεχνητών» πυγολαμπίδων και πληθυσμός «τεχνητών» μυρμηγκιών). Βέβαια, υπάρχει μια ξεκάθαρη πρώτη εικόνα όσον αφορά τη συμπεριφορά του αλγοριθμικού σχήματος και τις τροποποιήσεις στους μηχανισμούς που αναφέρθηκαν εκτενώς σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Στον παρακάτω πίνακα, απεικονίζονται και τα 4 σετ πειραμάτων με τις καλύτερες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης του κάθε πειράματος:

<i>Πειράματα</i>	<i>Sortino Ratio</i>
• 1 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Euclidean Distance)	0.5921
• 2 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Euclidean Distance)	0.5717
• 3 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Manhattan Distance)	0.5718
• 4 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Manhattan Distance)	0.5996

**Πίνακας 25: Πειράματα - Sortino Ratio**

Από τον συγκεντρωτικό πίνακα, είναι προφανές πως η καλύτερη υπο-βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται στο 4<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων (0.5996), αν και υπάρχει μικρή διαφορά από το 1<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων (0.5921). Ο χρόνος διεξαγωγής του 4<sup>ου</sup> σετ πειραμάτων ανήλθε στις 3.07 ημέρες, έναντι 3.2 ημερών που απαιτούνται για το 2<sup>ο</sup> σετ, αντίστοιχα.

Ένα άλλο ζήτημα που πρέπει να μελετηθεί, είναι οι κατανομές που προκύπτουν από τις πειραματικές διαδικασίες.

Γενικά, προτιμάται μια κατανομή, η οποία δεν απλώνεται πολύ στα αριστερά. Εάν η κατανομή είναι συγκεντρωμένη στα δεξιά, υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα επιλογής ποιοτικά καλύτερων λύσεων, αφού ο αλγόριθμος θα βρίσκει με μεγαλύτερη συχνότητα υψηλές τιμές αντικειμενικής συνάρτησης. Επιπλέον, μια κατανομή με μικρό εύρος τιμών και ειδικότερα στην περίπτωση που είναι «μαζεμένη» προς τα

δεξιά, δείχνει ότι ο υπό εξέταση μηχανισμός έχει μεγάλη πιθανότητα να δώσει ποιοτικά καλύτερες λύσεις. Οι κατανομές των παραπάνω πειραμάτων δείχνουν πως τα χαρτοφυλάκια που βρέθηκαν, δε δίνουν τόσο καλή τιμή για τον δείκτη Sortino. Μια πιθανή εξήγηση είναι το ότι οι τιμές των παραμέτρων του Firefly Algorithm, δεν ήταν υψηλές. Για παράδειγμα, δεν υπήρχαν αρκετές γενιές «τεχνητών» πυγολαμπίδων, όπως επίσης θα μπορούσε και ο πληθυσμός τους να ήταν μεγαλύτερος. Η κατανομή που δίνει την καλύτερη τιμή του δείκτη Sortino, φαίνεται στο *Γράφημα 10*. Ωστόσο, έχει το μεγαλύτερο εύρος τιμών από τις υπόλοιπες, αν και δεν υπάρχουν μεγάλες διαφορές. Έχει μια εξόγκωση προς τα αριστερά, αφού έχει θετική ασυμμετρία ( $skewness=0.8055$ ) και σχετικά υψηλή κορυφή ( $kurtosis>3$ ).

Αφού έχουν μελετηθεί και αναλυθεί οι κατανομές, εκείνη που έχει σε μικρότερο βαθμό εξόγκωση στα αριστερά και μικρό εύρος σχετικά με τις υπόλοιπες φαίνεται στο *Γράφημα 8*. Άρα, το 3<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων έχει λίγο μεγαλύτερη πιθανότητα να επιλέξει καλύτερες ποιοτικά λύσεις.

Ακόμη, στα γραφήματα που παρατίθενται στα οποία φαίνονται οι αποδόσεις των καλύτερων χαρτοφυλακίων κάθε πειράματος σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη, παρατηρείται μια απότομη άνοδος το Μάρτιο του 2009 στο 2<sup>ο</sup>, το 3<sup>ο</sup> και το 4<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων. Τα προαναφερθέντα πειράματα έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό. Είναι φανερό πως έχει επιλεγθεί σε όλα από τον αλγόριθμο, η μετοχή 242, η οποία αντιστοιχεί στην εταιρεία *Sun Microsystems Inc. (JAVA)*. Κάνοντας μια έρευνα με σκοπό να διαπιστωθεί ο λόγος που υπήρξε αυτή η απότομη αύξηση στην απόδοση της μετοχής, βρέθηκε πως το Μάρτιο του 2009, η τιμή της μετοχής αυτής παρουσίασε μια απότομη αύξηση, έπειτα από κάποιες ειδήσεις που διέρρευσαν πως η *Sun Microsystems Inc.* βρισκόταν σε συζητήσεις με την εταιρεία *IBM* με σκοπό την εξαγορά της 1<sup>ης</sup> από τη 2<sup>η</sup> έναντι του ποσού των 8.2 δισεκατομμυρίων δολαρίων. Είναι προφανές πως μια τέτοια συμφωνία θα «τάραζε τα νερά» στον κλάδο της υψηλής τεχνολογίας. Συγκεκριμένα, πηγές ανέφεραν πως η *IBM* θα αγόραζε σε μια τιμή μεταξύ 10-11 δολαρίων την κάθε μετοχή της *Sun Microsystems Inc.*

## 6.4. Ενδεικτικές μέθοδοι σύγκρισης (Benchmarks)

Για να διαπιστωθεί η χρησιμότητα του υβριδικού σχήματος που χρησιμοποιήθηκε, είναι αναγκαία η σύγκριση του με κάποια άλλη μεθοδολογία. Το προτεινόμενο μέτρο σύγκρισης στην παρούσα εργασία, είναι ένα υβριδικό σχήμα το οποίο αποτελείται από μια μέθοδο *τυχαίας αναζήτησης* και τη μέθοδο του ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού (μαθηματική συνάρτηση *fmincon*, του πακέτου MATLAB). Το καλύτερο χαρτοφυλάκιο εξάγεται από τη μέθοδο της *τυχαίας αναζήτησης*, ενώ το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου, καθώς επίσης και η καλύτερη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης, εξάγεται από τη μέθοδο του ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού.

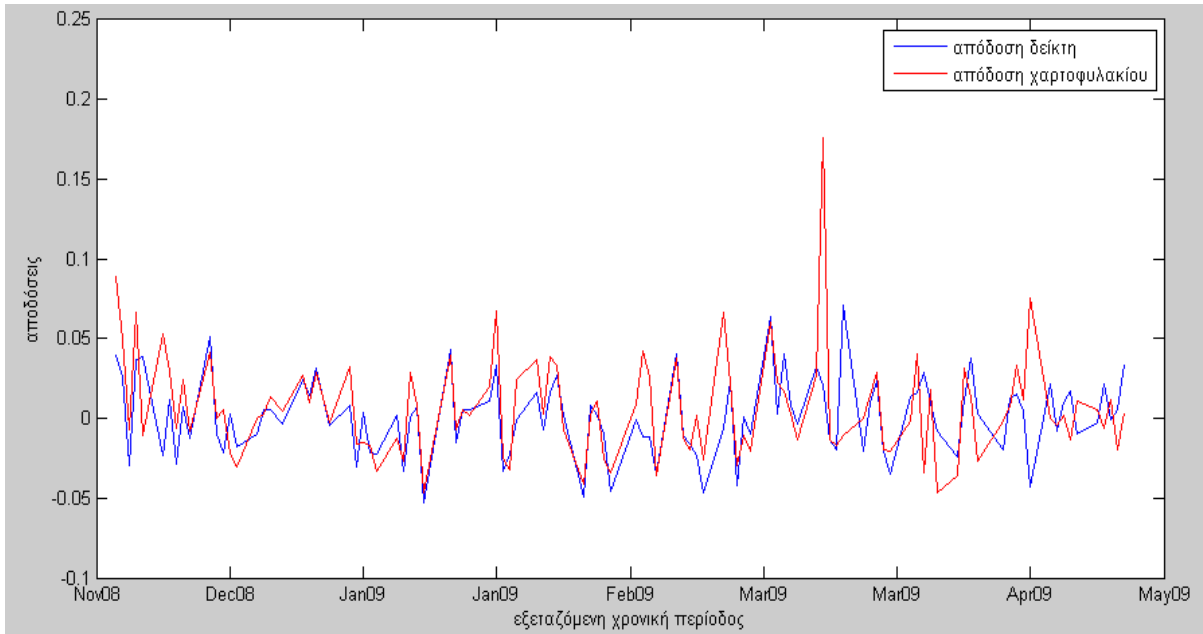
Η μαθηματική συνάρτηση *fmincon*, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, βρίσκει το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου, καθώς επίσης και η καλύτερη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης και είναι ενσωματωμένη στο πακέτο MATLAB. Γενικά, χρησιμοποιείται για την εύρεση της ελάχιστης τιμής μιας μη γραμμικής συνάρτησης πολλών μεταβλητών σύμφωνα με κάποιους περιορισμούς. Περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά τη συνάρτηση αυτή, βρίσκονται στην ιστοσελίδα (<http://www.mathworks.com>).

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παραπάνω μέθοδο, είναι τα ακόλουθα:

<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:</u>	0.5548
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[45 242 450 289 484]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου:</u>	[0.7817 0.2183 -1.6989e-017 1.3378e-016 -6.7955e-017]

**Πίνακας 26: Καλύτερη λύση (Μέθοδος τυχαίας αναζήτησης- – μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού**

Στο γράφημα, φαίνονται οι αποδόσεις (δείκτη και επιλεγμένου χαρτοφυλακίου) στην εξεταζόμενη χρονική περίοδο.



**Γράφημα 12: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (τυχαία αναζήτηση - – μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού)**

Συγκεκριμένα, ο ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός, είναι μια μέθοδος μη γραμμικού προγραμματισμού η οποία βελτιστοποιεί μια αντικειμενική συνάρτηση του χρηματοοικονομικού προβλήματος με βάση κάποιους περιορισμούς.

Άλλα μέτρα σύγκρισης που χρησιμοποιούνται, σχετίζονται με την κεφαλαιοποίηση<sup>30</sup> των μετοχών των εταιρειών που συμπεριλαμβάνονται στον χρηματιστηριακό δείκτη S&P 500, καθώς επίσης και με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του χρηματοοικονομικού προβλήματος. Παρακάτω, παρουσιάζονται τα μέτρα σύγκρισης μαζί με τα αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση.

---

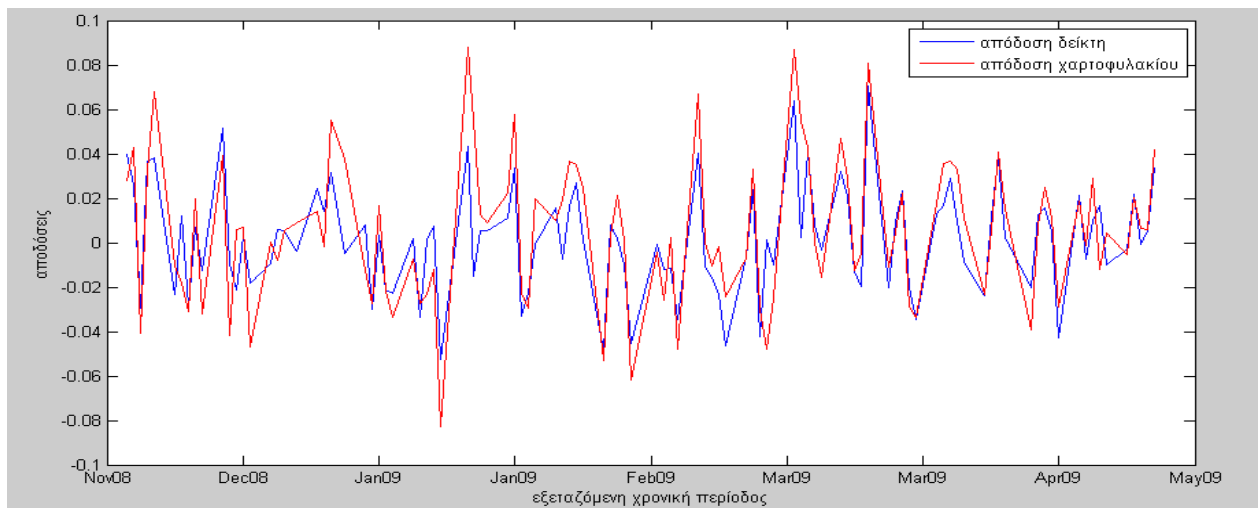
<sup>30</sup> Οι εταιρείες, που είναι εισηγμένες σε Χρηματιστήρια Αξιών, χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με τη χρηματιστηριακή τους αξία, ή αλλιώς την κεφαλαιοποίησή τους. Με τον όρο χρηματιστηριακή κεφαλαιοποίηση μιας εταιρείας εννοούμε το γινόμενο του αριθμού των μετοχών της εταιρείας επί την τιμή κάθε μετοχής. Ανάλογα, λοιπόν, με τη χρηματιστηριακή αξία των εταιρειών των οποίων οι μετοχές διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο, οι εταιρείες αυτές χωρίζονται σε εταιρείες μικρής, μεσαίας ή μεγάλης κεφαλαιοποίησης.

- Οι 5 υψηλότερες μετοχές, βάσει κεφαλαιοποίησης:

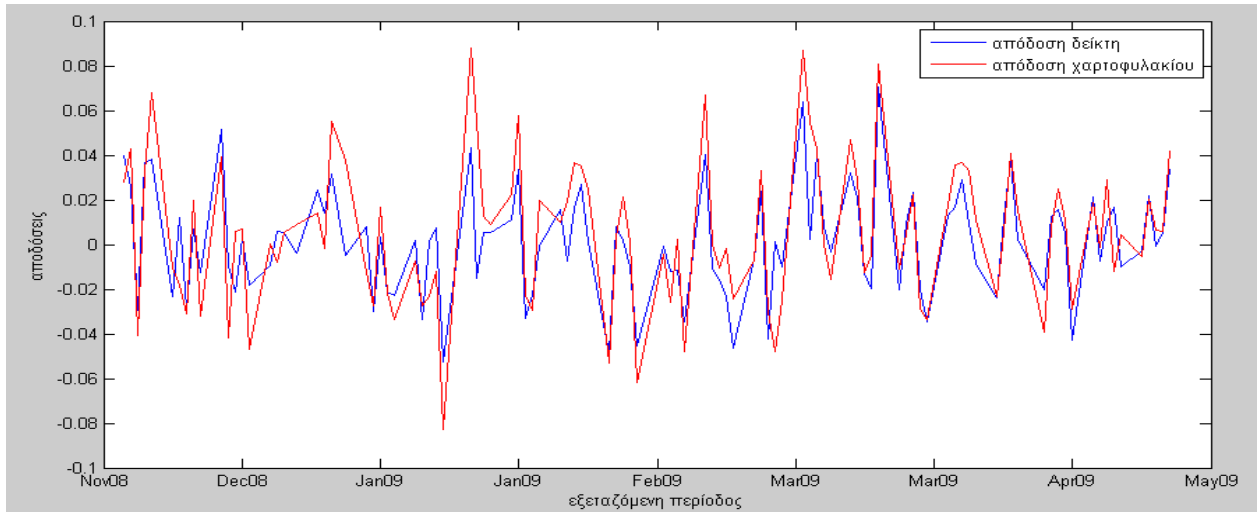
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[492 47 3 251 204]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου</u> ( <u>fmincon</u> ):	[-2.5704e-019 7.7557e-021 0.7655 -8.6289e-020 0.2345]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου (FA):</u>	[0 0 0.7655 0 0.2345]
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης</u> ( <u>fmincon</u> ):	0.2800
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (FA):</u>	0.2800

Πίνακας 27: Καλύτερη λύση (Υψηλότερες μετοχές βάσει κεφαλαιοποίησης)

Στα Γραφήματα 13 και 14 φαίνεται η πορεία των αποδόσεων (δείκτη και επιλεγμένου χαρτοφυλακίου) στην εξεταζόμενη χρονική περίοδο. Ειδικότερα, στο Γράφημα 13, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τη μέθοδο του ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού, ενώ στο Γράφημα 14, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τον FA.



Γράφημα 13: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης – μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού)



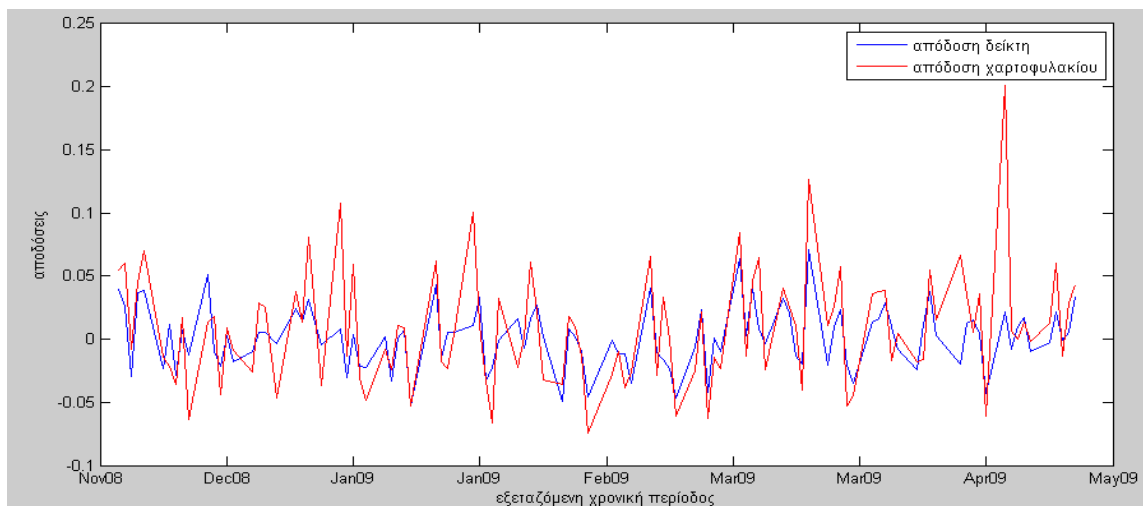
**Γράφημα 14: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης -FA)**

- Οι 5 χαμηλότερες μετοχές, βάσει κεφαλαιοποίησης:

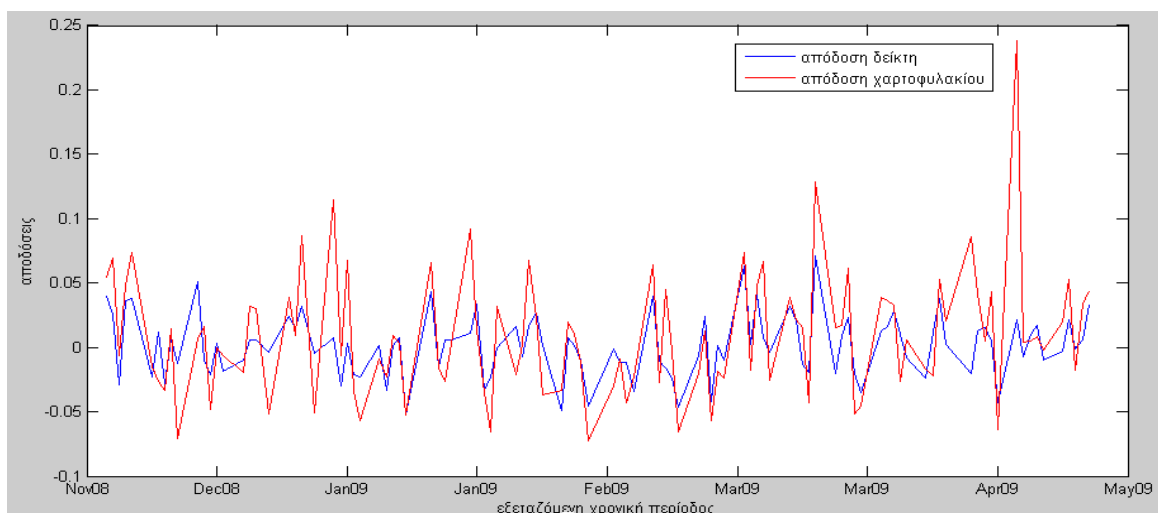
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[120 338 438 292 340]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου</u> <u>(fmincon):</u>	[0.5376 -2.9074e-017 0.3974 0.0650 -3.4121e-018]
<u>Ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου (FA):</u>	[ 0.4924 0.0050 0.4924 0.0050 0.0050]
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης</u> <u>(fmincon):</u>	0.4299
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (FA):</u>	0.4181

**Πίνακας 28: Καλύτερη λύση (Χαμηλότερες μετοχές βάσει κεφαλαιοποίησης)**

Στα *Γράφηματα 15 και 16* φαίνεται η πορεία των αποδόσεων (δείκτη και επιλεγμένου χαρτοφυλακίου) στην εξεταζόμενη χρονική περίοδο. Ειδικότερα, στο *Γράφημα 15*, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τη μέθοδο του *ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού*, ενώ στο *Γράφημα 16*, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τον *FA*.



**Γράφημα 15: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης - μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού)**



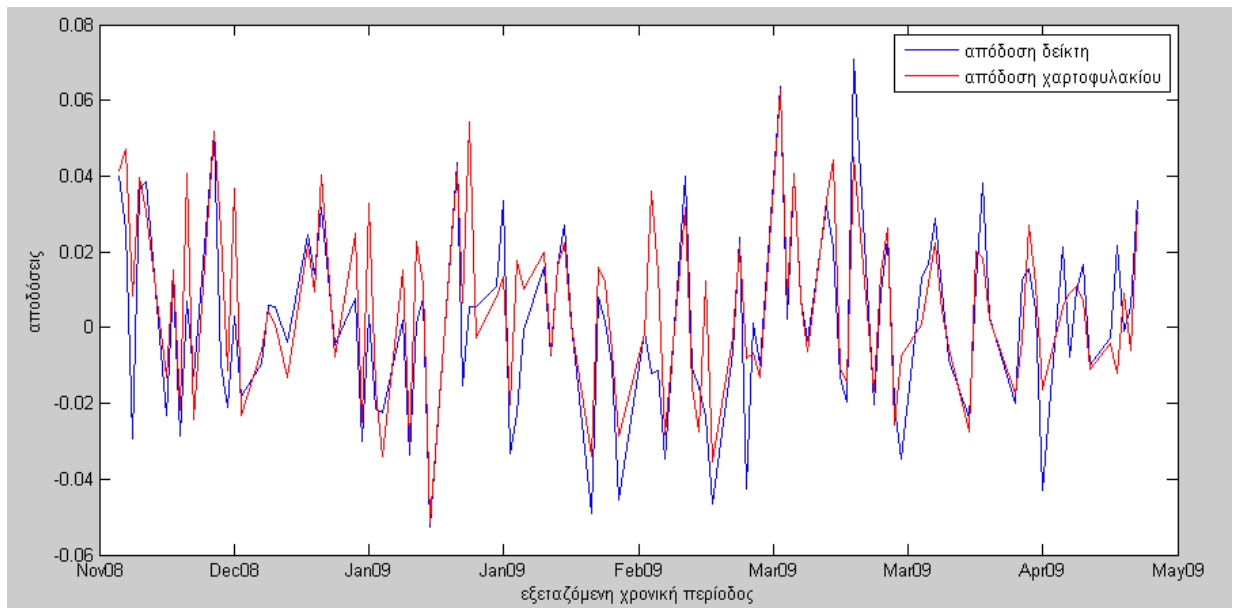
**Γράφημα 16: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης - FA)**

- Οι 5 μετοχές με την υψηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης:

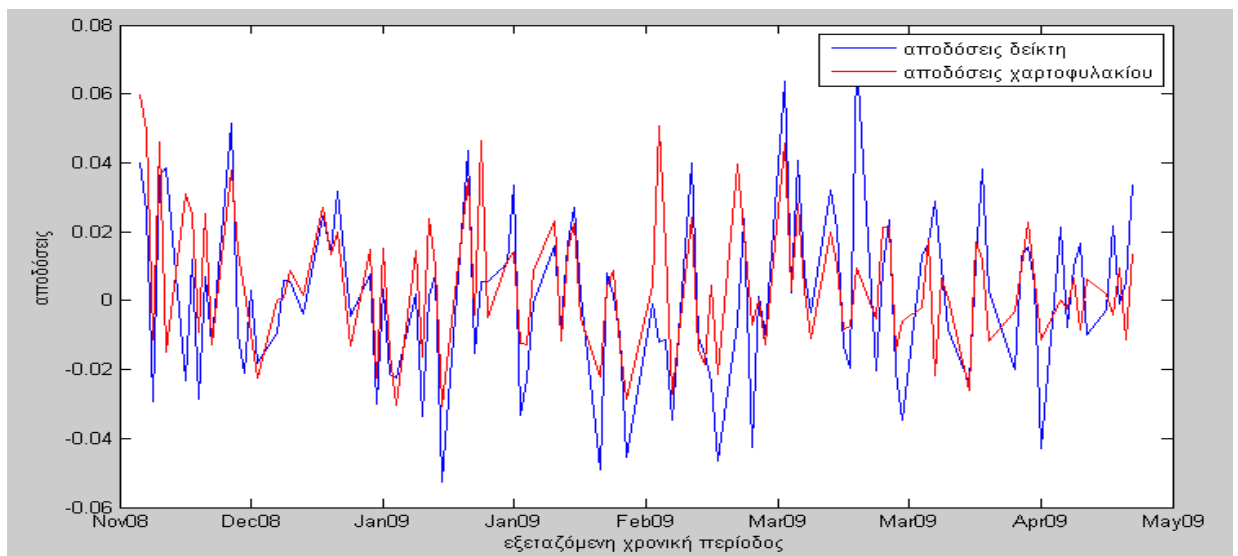
<u>Χαρτοφυλάκιο:</u>	[140 30 485 45 473]
<u>Ποσοστό επενδυσμένου κεφαλαίου</u> ( <i>fmincon</i> ):	[0.2358 0.2269 0.4238 2.2978e-022 0.1134]
<u>Ποσοστό επενδυσμένου κεφαλαίου (FA):</u>	[ 0.0484 0.0484 0.3634 0.4916 0.0484]
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης</u> ( <i>fmincon</i> ):	0.5282
<u>Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (FA):</u>	0.5741

**Πίνακας 29: Καλύτερη λύση (Βάσει αντικειμενικής συνάρτησης)**

Ομοίως, στα *Γραφήματα 17 και 18* φαίνεται η πορεία των αποδόσεων (δείκτη και επιλεγμένου χαρτοφυλακίου) στην εξεταζόμενη χρονική περίοδο. Ειδικότερα, στο *Γράφημα 17*, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τη μέθοδο του ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού, ενώ στο *Γράφημα 18*, είναι η περίπτωση που το ποσοστό επενδυμένου κεφαλαίου υπολογίζεται με τον *FA*.



**Γράφημα 17: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino - μέθοδος ακολουθιακού τετραγωνικού προγραμματισμού)**



**Γράφημα 18: Χρονική περίοδος- αποδόσεις (Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino - FA)**

Αφού εξετάστηκαν κάποιες ενδεικτικές μέθοδοι σύγκρισης, μπορούν να διεξαχθούν συμπεράσματα, όσον αφορά την αλγοριθμική μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία.

Στον παρακάτω πίνακα, φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από τις ενδεικτικές μεθόδους σύγκρισης που χρησιμοποιήθηκαν:

<b>Μέθοδοι σύγκρισης</b>		<b>Sortino Ratio</b>
<i>Μέθοδος επιλογής μετοχών</i>	<i>Μέθοδος εύρεσης Sortino Ratio</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Τυχαία αναζήτηση</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός</li> </ul>	0.5548
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός</li> </ul>	0.2800
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FA</li> </ul>	0.2800
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός</li> </ul>	0.4299
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FA</li> </ul>	0.4181
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ακολουθιακός τετραγωνικός προγραμματισμός</li> </ul>	0.5282
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Μετοχές με υψηλό δείκτη Sortino</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FA</li> </ul>	<b><u>0.5741</u></b>

**Πίνακας 30: Μέθοδοι σύγκρισης - Δείκτης Sortino**

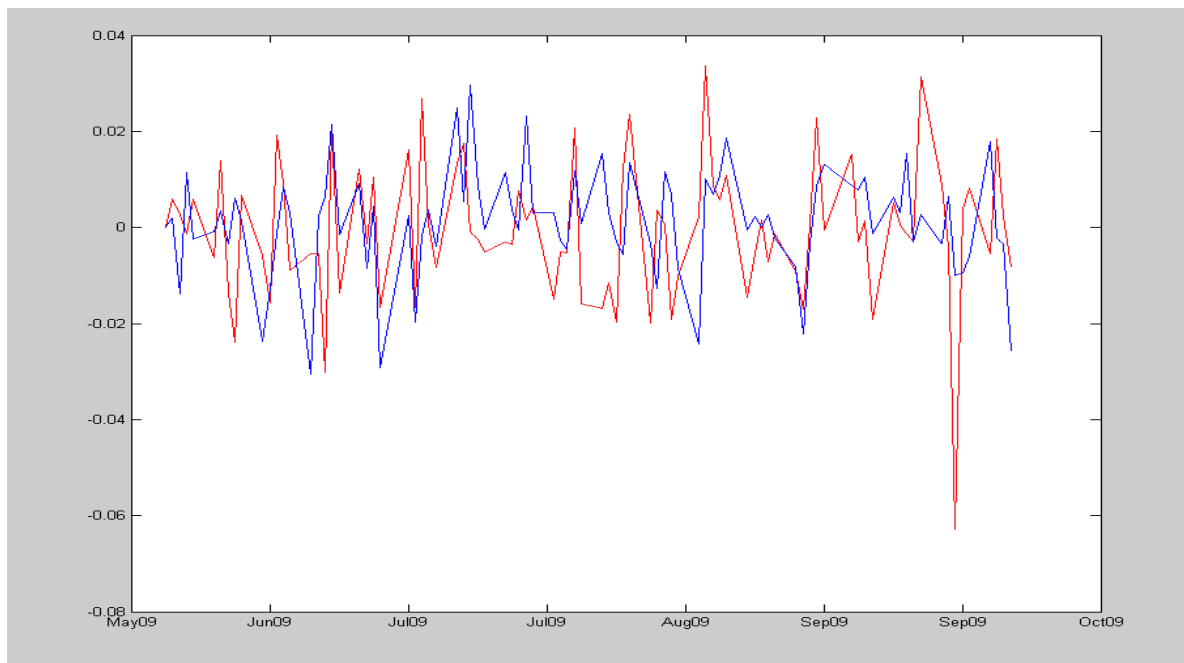
Με έντονη γραμματοσειρά, διακρίνεται η καλύτερη λύση από τις προαναφερθείσες μεθόδους σύγκρισης, η οποία βρίσκεται αρκετά κοντά σε κάποιες λύσεις που βρέθηκαν, χρησιμοποιώντας το υβριδικό σχήμα (ACO - FA). Συγκρίνοντας βέβαια τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα των εκτεταμένων πειραμάτων του Πίνακα 25, η καλύτερη τιμή του δείκτη Sortino, συνολικά, επιτυγχάνεται με το 4<sup>ο</sup> σετ πειραμάτων.

## 6.5. Έλεγχος εκτός της χρονικής περιόδου του δείγματος (out-of-sample)

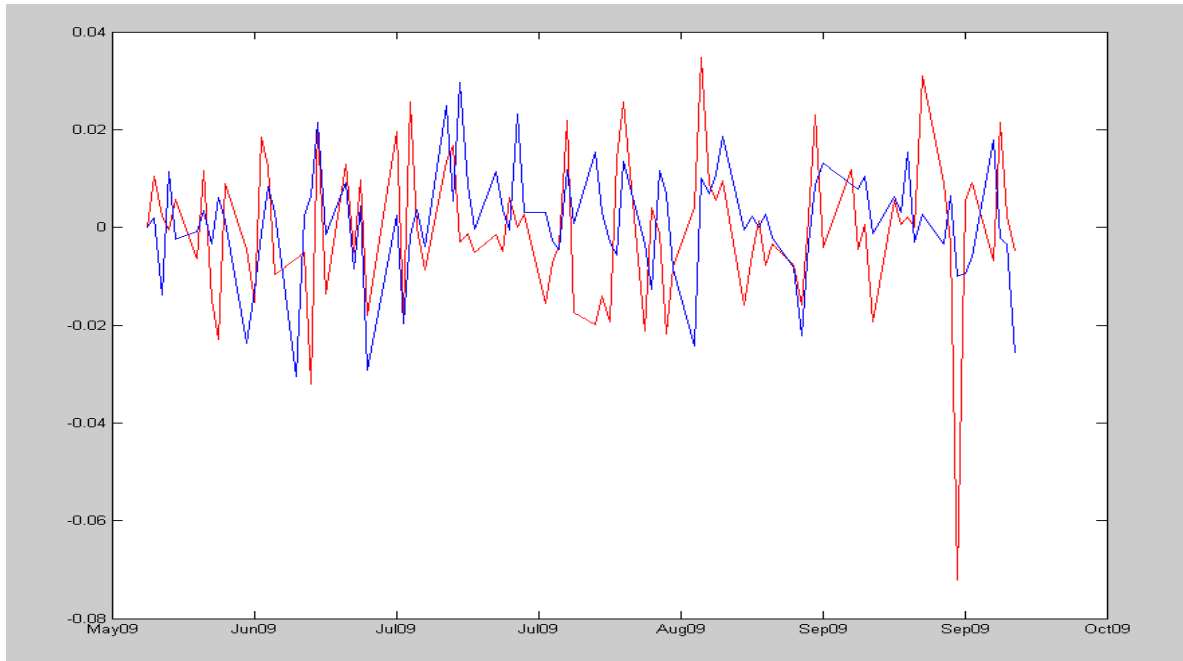
---

Η σταθερότητα του αλγορίθμου κρίνεται ικανοποιητική όταν παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα, με βάση τα δεδομένα τόσο εντός του δείγματος (*in-sample*) όσο και εκτός του δείγματος (*out-of-sample*). Γι αυτό είναι αναγκαία η μελέτη μιας χρονικής περιόδου εκτός του δείγματος. Συγκεκριμένα, επελέγη η χρονική περίοδος από 1<sup>η</sup> Ιουνίου 2009 έως 1<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2009. Θα μελετηθεί αν η απόδοση των επιλεγμένων χαρτοφυλακίων και των τεσσάρων πειραμάτων συμβαδίζει με την αντίστοιχη του δείκτη.

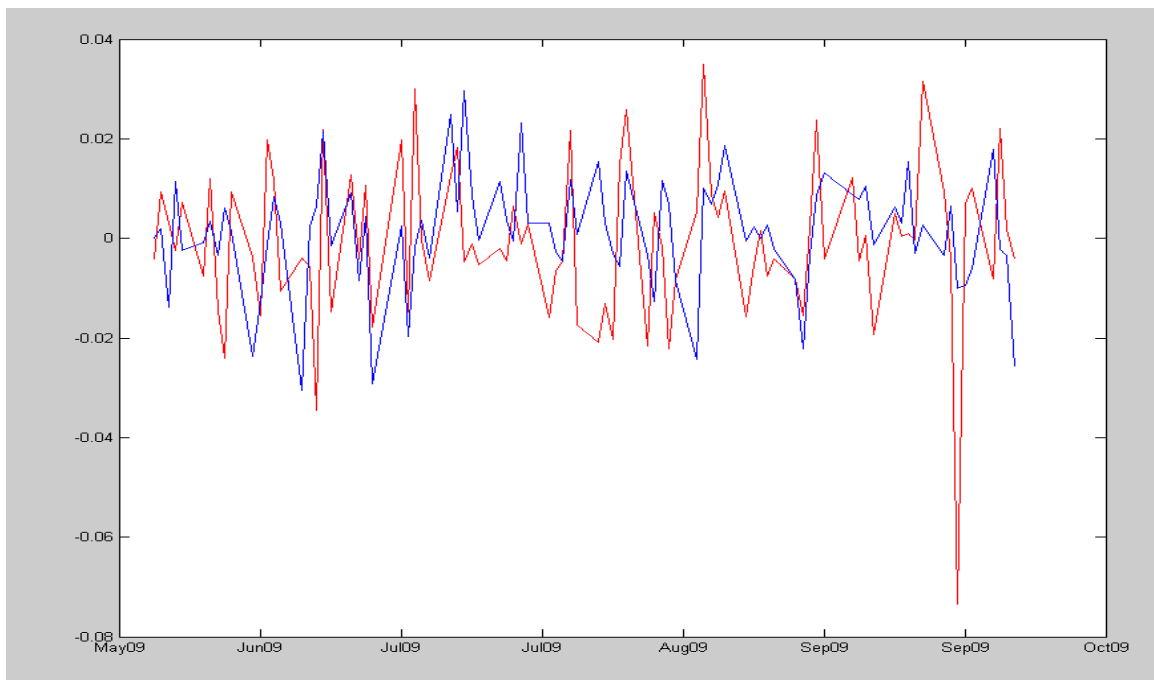
Στον οριζόντιο άξονα είναι η χρονική περίοδος εκτός του δείγματος, ενώ στον κατακόρυφο, οι αποδόσεις. Με μπλε χρώμα είναι οι αποδόσεις του δείκτη και με κόκκινο οι αποδόσεις του εκάστοτε χαρτοφυλακίου.



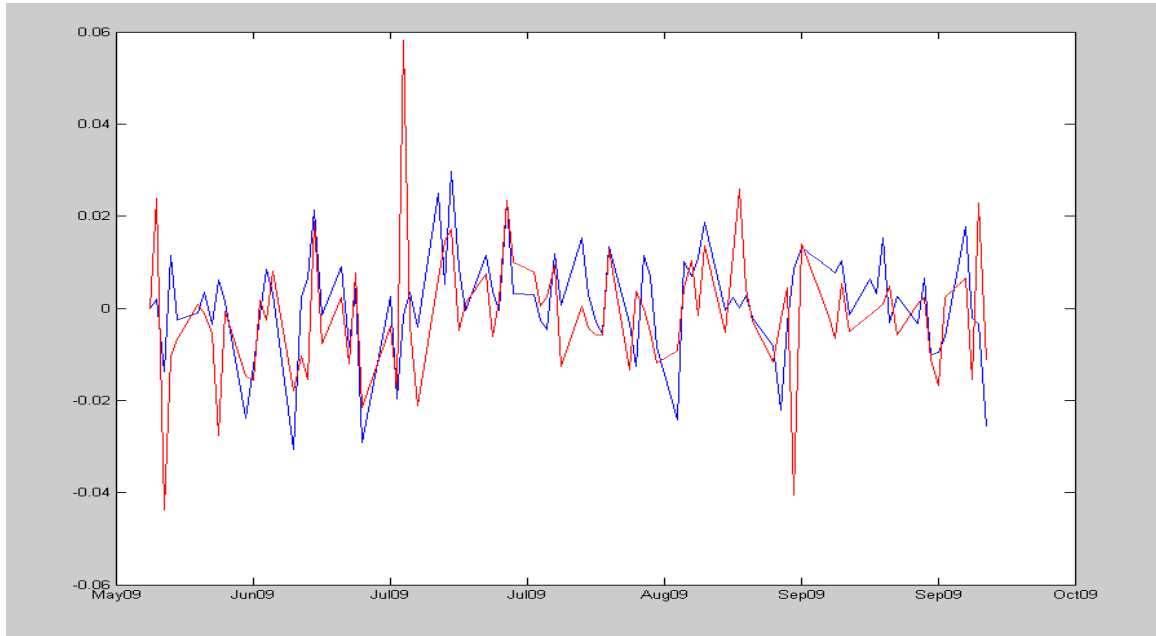
**Γράφημα 19: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (πρώτο σετ πειραμάτων)**



**Γράφημα 20: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (δεύτερο σετ πειραμάτων)**



**Γράφημα 21: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (τρίτο σετ πειραμάτων)**



**Γράφημα 22: Χρονική περίοδος εκτός δείγματος - αποδόσεις (τέταρτο σετ πειραμάτων)**

Όπως φαίνεται και στα παραπάνω γραφήματα, τα χαρτοφυλάκια έχουν μια αρκετά καλή προσαρμογή και στο χρονικό διάστημα από 1<sup>η</sup> Ιουνίου 2009 έως 1<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2009. Συγκεκριμένα στα πειράματα 1, 2 και 3 όπου υπάρχει η μετοχή 4, (AZO- AutoZone), παρατηρείται μια απότομη πτώση στις αποδόσεις των αντίστοιχων χαρτοφυλακίων περίπου στα μέσα Σεπτεμβρίου. Αυτό, οφείλεται στην απότομη πτώση της μετοχής αυτής, λόγω της αποκάλυψης ανώτερων στελεχών της εταιρείας για πτώση στις πωλήσεις.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές του δείκτη Sortino, στο χρονικό διάστημα από 1<sup>η</sup> Ιουνίου 2009 έως 1<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2009, στα 4 σετ πειραμάτων που έγιναν. Πρέπει να τονιστεί πως στον έλεγχο αυτό, έγινε μια ανεξάρτητη επανάληψη (και όχι 81 που έγιναν στην κυρίως πειραματική διαδικασία), συνεπώς δεν είναι διαθέσιμη κάποια κατανομή (συχνότητας – τιμών δείκτη Sortino) έτσι ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα με μεγαλύτερη ακρίβεια. Βέβαια, είναι πιθανό οι τιμές του δείκτη Sortino να είναι χαμηλές, εξαιτίας των αποδόσεων που έχει εκείνη τη χρονική περίοδο ο δείκτης.

<i>Πειράματα</i>	<i>Sortino Ratio(out-of-sample)</i>
• 1 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Euclidean Distance)	-0.0885
• 2 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Euclidean Distance)	-0.0871
• 3 <sup>ο</sup> σετ (Roulette Wheel – Manhattan Distance)	-0.0876
• 4 <sup>ο</sup> σετ (Tournament Selection – Manhattan Distance)	-0.1647

**Πίνακας 31: Πειράματα - Sortino Ratio (out-of-sample)**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

---

Στην παρούσα διπλωματική εργασία επιχειρήθηκε η εκτενής ανάλυση του υβριδικού αλγοριθμικού σχήματος βελτιστοποίησης που εμπνέεται από τη συμπεριφορά των μυρμηγκιών κατά την αναζήτηση και συγκομιδή τροφής (διακριτός χώρος λύσεων) και από τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί και επικοινωνεί ένα σμήνος φυσικών πυγολαμπίδων (συνεχής χώρος λύσεων).

Το ευρύτερο ερευνητικό πεδίο των μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι εμπνέονται από φυσικά συστήματα, αυτή τη στιγμή βρίσκεται υπό συνεχή ανάπτυξη και με πολλές εφαρμογές τόσο σε διακριτά όσο και σε συνεχή προβλήματα βελτιστοποίησης.

Το υβριδικό σχήμα που παρουσιάστηκε (ACO-FA) έχει δώσει αρκετά καλά αποτελέσματα στο πρόβλημα της μεγιστοποίησης του δείκτη Sortino, τα οποία είναι συγκρίσιμα με κάποια μέτρα σύγκρισης που αναλύονται στην ενότητα 6.4. Τα μέτρα σύγκρισης που εξετάστηκαν ήταν χρηματοοικονομικά (μετοχές υψηλής-χαμηλής κεφαλαιοποίησης, δείκτης Sortino) καθώς επίσης και υπολογιστικές μέθοδοι σύγκρισης. Σίγουρα, όμως, χρειάζεται περαιτέρω ανάπτυξη για να μπορέσει να αξιοποιηθεί πλήρως σε ερευνητικές ή διαδικασίες αγοράς – πώλησης μετοχών σε πραγματικό χρόνο. Επίσης οι επιμέρους τροποποιημένοι μηχανισμοί που αναφέρθηκαν στο *Κεφάλαιο 5* έδωσαν πολύ καλά αποτελέσματα στο πρόβλημα. Συγκεκριμένα, η καλύτερη τιμή του δείκτη Sortino, επετεύχθη χρησιμοποιώντας τους μηχανισμούς Tournament Selection (αντί Roulette Wheel στην επιλογή των μετοχών) και Manhattan Distance (Euclidean Distance ως μέτρο απόστασης μεταξύ των «τεχνητών» πυγολαμπίδων).

Μερικές προτάσεις για μελλοντική εργασία γύρω από την βελτίωση της απόδοσης του υβριδικού αυτού σχήματος είναι:

- Διεξαγωγή επιπλέον πειραμάτων για μελετηθεί η συμπεριφορά του προτεινόμενου προς τροποποίηση μηχανισμού της μείωσης του πληθυσμού των «τεχνητών» μυρμηγκιών (*PDACO*).
- Αύξηση των παραμέτρων του υβριδικού αλγορίθμου και διεξαγωγή πειραμάτων με περισσότερες ανεξάρτητες επαναλήψεις έτσι ώστε να εξαχθούν πιο ασφαλή συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των αλγορίθμων και των υπό εξέταση μηχανισμών.

- Μελέτη επιπλέον μηχανισμών στο σημείο του αλγορίθμου ACO όπου γίνεται αναβάθμιση της φερομόνης.
- Βελτιστοποίηση του FA, έτσι ώστε να απαιτεί λιγότερο υπολογιστικό χρόνο για την εύρεση λύσεων σε συνεχή χώρο (στην εργασία, στην εύρεση ποσοστών επενδυσμένου κεφαλαίου).
- Πραγματοποίηση παράλληλης επεξεργασίας είτε αφιερώνοντας έναν επεξεργαστή σε κάθε γενιά «τεχνητών» μυρμηγκιών είτε δημιουργώντας ανεξάρτητες αποικίες μυρμηγκιών (distributed colonies) οι οποίες ανταλλάσσουν δεδομένα ανά τακτά χρονικά διαστήματα.
- Συνδυασμός υβριδικών αλγοριθμικών σχημάτων ολικής αναζήτησης.
- Ενσωμάτωση στον κώδικα ενός μηχανισμού, ο οποίος θα είναι σε θέση να επιλέγει βέλτιστα χαρτοφυλάκια ανά πάσα στιγμή, σε πραγματικό χρόνο.
- Μελέτη της περίπτωσης όπου επιτρέπεται το short-selling (τα ποσοστά επενδυσμένου κεφαλαίου μπορούν να πάρουν και αρνητικές τιμές).
- Μελέτη της περίπτωσης όπου συμπεριλαμβάνονται περισσότερες από 5 μετοχές στα χαρτοφυλάκια (μεγαλύτερο cardinality).

Το βασικότερο μειονέκτημα του υβριδικού αλγορίθμου είναι το μεγάλο πλήθος των παραμέτρων που πρέπει να ρυθμιστούν έτσι ώστε να είναι βέλτιστη η απόδοσή του. Η βέλτιστη ρύθμιση των παραμέτρων του αλγορίθμου είναι και αυτή ένα δύσκολο πρόβλημα βελτιστοποίησης και επομένως ο χρήστης θα πρέπει να συμβιβαστεί με μια περιοχή τιμών που θα δίνει καλά αποτελέσματα.

Επιπλέον, ένα άλλο μειονέκτημα του αλγορίθμου, συγκεκριμένα στον FA του υβριδικού σχήματος, είναι η μεγάλη υπολογιστική ισχύς που απαιτείται για τη διεξαγωγή των προσομοιώσεων. Αυτό έχει ως συνέπεια την αύξηση του υπολογιστικού χρόνου εάν δεν είναι διαθέσιμη η απαιτούμενη υπολογιστική ισχύς.

Σε γενικές γραμμές, είναι χρήσιμοι οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ολικής αναζήτησης, διότι όπως διαπιστώθηκε στην εργασία, δίνουν καλύτερες λύσεις από αντίστοιχους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης. Αυτό συμβαίνει, διότι ψάχνουν όλο το χώρο των λύσεων και υπάρχει μικρότερη πιθανότητα να «κολλήσουν» σε τοπικά βέλτιστα. Επίσης, είναι χρήσιμες οι τροποποιήσεις των αλγορίθμων αυτών, αφού μπορούν να οδηγήσουν σε καλύτερες λύσεις. Σε κάθε περίπτωση πάντως το υβριδικό σχήμα που χρησιμοποιήθηκε, είναι ένας αλγόριθμος που έδωσε ικανοποιητικά

αποτελέσματα στο πρόβλημα που εξετάστηκε (μεγιστοποίηση δείκτη Sortino) και σίγουρα μπορεί μελλοντικά να επιτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για την έρευνα στο πεδίο της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

---

1. Albiac, F., & Kalton, J. N. (2006). *Topics in Banach Space Theory*. New York: Springer.
2. Baker, M., Ruback, R. S., & Wurgler, J. (2007). Behavioral Corporate Finance: A Survey. Στο E. Eckbo, *Handbook of Corporate Finance, 1* (σσ. 145-178). Oxford: Elsevier.
3. Blum, C. (2005). Ant colony optimization: Introduction and recent trends. *Physics of Life Reviews 2* , σσ. 353–373.
4. Brabazon Anthony, O. M. (2006). *Biologically Inspired Algorithms for Financial Modelling*. Berlin: Springer.
5. Branke J., S. B. (n.d.). Portfolio Optimization with an Envelope-based Multi-objective Evolutionary Algorithm. σσ. 1-27.
6. Camerer, C. F., Loewenstein, G., & Rabin, M. (2004). *Advances in Behavioral Economics*. Princeton, New Jersey: Russell Sage Foundation.
7. Chevalier, F. R. *Balancing the Effects of Parameter Settings on a Genetic Algorithm for Multiple Fault Diagnosis*. Georgia: Artificial Intelligence Center.
8. Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *Nonlinear Analysis: Real World Applications 10* , σσ. 2396-2406.
9. Damodaran, A. (2001). *Corporate Finance: Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons.
10. Dorigo Marco, B. C. (2005). Ant colony optimization theory: A survey. *Theoretical Computer Science 344* , σσ. 243 – 278.
11. Dorigo Marco, S. T. (2004). *Ant Colony Optimization*. The MIT Press.
12. Dounias Georgios, V. V. (2007). Applications of Nature-Inspired Intelligence. *Artificial Intelligence and Innovations 2007: From Theory to Applications* , σσ. 187-194.
13. Dounias Georgios, V. V. (2008). Nature Inspired Intelligence for the Constrained Portfolio Optimization Problem. *SETN* , σσ. 431-436.
14. Fabozzi, F. J., & Markowitz, H. (2002). *The theory and practice of investment management*. New Jersey: John Wiley & Sons.

15. Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives Vol.18* , σσ. 25-46.
16. Goldberg E. David, D. K. (1991). Genetic Algorithms, Noise and the Sizing of Populations. *IlligAL Report No. 91010* , σσ. 1-26.
17. Gomez A. Miguel, F. X. (2006). Hybrid Search for Cardinality Constrained Portfolio Optimization. *GECCO '06* , σσ. 1865-1866.
18. Jeurissen Roland, V. d. (2008). Optimized Index Tracking using a Hybrid Genetic Algorithm. *IEEE Congress on Evolutionary Computation* , σσ. 2327-2334.
19. Jorion, P. (2002). Portfolio Optimization with Constraints on Tracking Error. σσ. 1-27.
20. Kellerer Hans, M. D. (2003). Optimization of cardinality constrained portfolios with a hybrid local search algorithm. *OR Spectrum* , σσ. 481-495.
21. Kuhn, J. (2006). *Optimal Risk-Return Trade-Offs of Commercial Banks*. Berlin: Springer.
22. Maringer, D. (2005). *Portfolio Management with Heuristic Optimization*. Dordrecht: Springer.
23. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance* , σσ. 77-91.
24. Martin-del-Brio, B., & Medrano-Marques, N. J. (1999). *Foundations and Tools for Neural Modeling*. Berlin : Springer.
25. Sarwar Badrul, K. G. (2000). Analysis of Recommendation Algorithms for E-Commerce. *ACM Conference on Electronic Commerce (EC-00)*. Minneapolis, Minnesota, USA.
26. Sarwar Badrul, K. G. (2001). Item-Based Collaborative Filtering Recommendation. *Tenth International World Wide Web Conference*. Hong Kong.
27. Schaefer, H. H., & Wolff, M. P. (1999). *Topological vector spaces*. Tubingen: Springer.
28. Schaerf, A. (2002). Local Search Techniques for Constrained Portfolio Selection Problems. *Computational Economics 20* , σσ. 177-190.
29. Shanken, J. (1985). Multivariate Tests Of the Zero-Beta CAPM. *Journal of Financial Economics 14* , σσ. 327-348.

30. Shapcott, J. (1992). Index Tracking : Genetic Algorithms for Investment Portfolio Selection. *EPCC–SS92–24* , σσ. 1-24.
31. Sharpe, W. F. (1994). *The Sharpe Ratio*. New York: Reprinted from The Journal of Portfolio Management.
32. Shefrin, H., & Statman, M. (2000). Behavioral Portfolio Theory. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 35* , σσ. 127-151 .
33. Streichert Felix, U. H. (n.d.). Evolutionary Algorithms and the Cardinality Constrained Portfolio Optimization Problem. σσ. 1-8.
34. Stucchi, P. (1991). Some Reflections about a Simplified Algorithm of Portfolio Selection. *2nd AFIR Colloquium*, (σσ. 323-337). Brighton.
35. Suárez Rubén Ruiz, T. A. (2008). A hybrid optimization approach to index tracking. *Springer Science+Business Media, LLC* , σσ. 57-71.
36. Swanepoel, K. J. (1999). Vertex Degrees of Steiner Minimal Trees in lp and Other Smooth Minkowski Spaces. *Discrete Comput Geom 21* (σσ. 437–447). New York: Springer.
37. Vera, J. F., Heiser, W. J., & Murillo, A. (2007). Global Optimization in Any Minkowski Metric: A Permutation-Translation Simulated Annealing Algorithm for Multidimensional Scaling. *Journal of Classification* (σσ. 1432-1343). New York: Springer.
38. Weise, T. (2009). *Global Optimization Algorithms – Theory and Application –* . Kassel: Distributed Systems Group - University of Kassel.
39. Wu, Z., Zhao, N., Ren, G., & Quan, T. (2009). Population declining ant colony optimization algorithm and its applications. *Expert Systems with Applications 36* , σσ. 6276–6281.
40. Yang, X.-S. (2008). *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. Luniver Press.
41. Παπαδάμου, Σ. (2009). *Διαχείριση Χαρτοφυλακίου, μια σύγχρονη προσέγγιση*. Αθήνα: Gutenberg.
42. Φαινέκος, Γ. Ε. (2001). *Η Μέθοδος Βελτιστοποίησης Με Αποικίες Μυρμηγκιών: Εφαρμογή σε διακριτά και συνεχή προβλήματα*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο.