



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

**Στοχαστική Μοντελοποίηση της Αξιοπιστίας  
Επισκευάσιμων Μηχανολογικών Συστημάτων**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Αθανάσιος Μανάτος**

A.M. 2310/08052

**Επιβλέπων Καθηγητής:** Δρ Β. Κούτρας

*Χίος, Ιούνιος 2015*

## Περίληψη

Στα μηχανολογικά συστήματα και στα επιμέρους εξαρτήματά τους ο ρυθμός φθοράς-υποβάθμισης τους αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Με την κατάλληλη επιθεώρηση και τις απαραίτητες ενέργειες προληπτικής συντήρησης και επισκευής, είναι εφικτό να βελτιστοποιήσουμε τους δείκτες αξιοπιστίας ενός τέτοιου συστήματος. Σκοπός αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η στοχαστική μοντελοποίηση της αξιοπιστίας τέτοιων μηχανολογικών συστημάτων, δηλαδή ερευνάται ο εντοπισμός του βέλτιστου χρόνου κατά τον οποίο θα πραγματοποιήσουμε επιθεώρηση στο σύστημά, έτσι ώστε να αποφασίσουμε ποιες θα είναι οι κατάλληλες ενέργειες ώστε να βελτιστοποιείται η αξιοπιστία του.

Το σύστημά που θα μελετήσουμε σε αυτή την εργασία αποτελείται από δύο μηχανές και για την λειτουργία του απαιτείται η χρήση μιας από αυτές, με την δεύτερη να βρίσκεται σε κατάσταση εφεδρείας (αναμονή). Σε περίπτωση βλάβης της λειτουργικής μηχανής εκκινείται μια διαδικασία επισκευής της, ενώ το σύστημα εξακολουθεί να λειτουργεί με την ενεργοποίηση της εφεδρικής. Κάθε μηχανή προτού φτάσει σε ολοκληρωτική βλάβη περνάει από ενδιάμεσα στάδια υποβάθμισης.

Εξαιτίας των χαρακτηριστικών του συστήματος (ρυθμός υποβάθμισης, χρόνος συντήρησης και επισκευής, χρόνος ελέγχου της κατάστασης του συστήματος), η εξέλιξη της κατάστασης του στο χρόνο μοντελοποιείται με τη χρήση μιας ημι-Μαρκοβιανής διαδικασίας. Συστήματα όπως αυτά που μοντελοποιούνται στα πλαίσια της εργασίας, συνήθως είναι σχεδιασμένα για να λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα και κατά συνέπεια μας ενδιαφέρει η ασυμπτωτική συμπεριφορά τους. Για το λόγο αυτό υπολογίζεται η ασυμπτωτική κατανομή πιθανοτήτων για κάθε κατάσταση του συστήματος και στη συνέχεια μελετάται η ασυμπτωτική διαθεσιμότητα του συστήματος καθώς και ο το αναμενόμενο λειτουργικό κόστος του . Στόχος μας στην εργασία είναι η βελτιστοποίηση τόσο της διαθεσιμότητας όσο και του λειτουργικού κόστους ως προς τους χρόνους κατά τους οποίους γίνεται επιθεώρηση της κατάστασης του συστήματος.

## **Abstract**

For mechanical systems and their components, the degradation rate increases with the aging process. With proper inspection and the required preventive maintenance actions, it is feasible to optimize the reliability of such a system.

The aim of this paper consists in the stochastic modeling of the reliability of a mechanical system which is composed by two units. The first unit is operational while the other one is in a standby mode. The system is operational as long as one unit is operational. In the case of an unexpected failure of the operating unit a repair process is initiated and the system continues to operate by activating automatically the standby unit. Each machine before it reaches a total failure condition can operate at intermediate degradation states. The condition of the operational unit is regularly inspected in order to decide whether it will continue to operate without any intervention or maintenance, either minimal or major should be carried out.

Due to system characteristics (degradation process, maintenance, repair and inspection times distributions), its evolution in time is modeled by a semi-Markov process. Additionally, since such systems are designed to operate for long periods of time, we are interested in their asymptotic behavior. Therefore the probability distribution of each system state is calculated and then the availability and the operational cost, as a measure of system performance, are studied. The objective is the optimization of both the availability and operation cost with respect to the inspection times.

## **Ευχαριστίες**

Οφείλω να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Βασίλειο Κούτρα για το αμέριστο ενδιαφέρον του, την καθοδήγησή και την συμβολή του για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Χωρίς την συνεχή και άμεση επικοινωνία που είχαμε δεν θα είχα καταφέρει να φέρω εις πέρας αυτή την εργασία. Τέλος, δεν θα γινόταν να μην ζητήσω ένα μεγάλο ευχαριστώ από τους γονείς μου οι οποίοι με στήριξαν με όλες τους τις δυνατότητες σε αυτό τον κύκλο σπουδών μου στο τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης.

### ***Πνευματικά δικαιώματα***

*Έχω διαβάσει και κατανοήσει τους κανόνες για τη λογοκλοπή και τον τρόπο σωστής αναφοράς των πηγών που περιέχονται στον Οδηγό συγγραφής διπλωματικών εργασιών του ΤΜΟΔ. Δηλώνω ότι, από όσα γνωρίζω, το περιεχόμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι προϊόν δικής μου δουλειάς και υπάρχουν αναφορές σε όλες τις πηγές που χρησιμοποίησα.*

# Περιεχόμενα

Περίληψη.....	1
Abstract.....	2
Ευχαριστίες.....	3
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b> .....	<b>7</b>
Εισαγωγή .....	7
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</b> .....	<b>10</b>
Στοχαστική Μοντελοποίηση.....	10
2.1 Στοχαστικές Διαδικασίες .....	10
2.2 Μαρκοβιανές Στοχαστικές Διαδικασίες.....	11
2.3 Ημι-Μαρκοβιανές Αλυσίδες .....	12
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</b> .....	<b>15</b>
Μηχανολογικά Συστήματα .....	15
3.1 Προληπτική Συντήρηση.....	15
3.2 Εφεδρικά Συστήματα .....	17
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4</b> .....	<b>18</b>
Μοντελοποίηση Μηχανολογικού Συστήματος.....	18
4.1 Περιγραφή.....	18
4.2 Σχεδιασμός Μοντέλου .....	19
4.2.1 Μοντελοποίηση με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$ .....	19
4.2.2 Μοντελοποίηση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1, T_2$ .....	25
4.3 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα Μηχανολογικού Συστήματος.....	25
4.3.1 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$ .....	25
4.3.2 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1, T_2$ .....	26
4.4 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης.....	26
4.4.1 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$ .....	26

4.4.2 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1, T_2$ .....	27
4.5 Συνολικό Κόστος Λειτουργίας στο Μηχανολογικό Σύστημα.....	27
4.5.1 Συνολικό Κόστος Λειτουργίας με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$ .....	27
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5</b> .....	30
Βελτιστοποίηση Δεικτών Αξιοπιστίας και Απόδοσης του Συστήματος.....	30
5.1 Βελτιστοποίηση Διαθεσιμότητας.....	30
5.2 Βελτιστοποίηση Μέσου Χρόνου μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης.....	30
5.3 Βελτιστοποίηση Συνολικού Κόστους Λειτουργίας.....	31
5.4 Πολυκριτήρια Βελτιστοποίησης Δεικτών.....	32
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6</b> .....	33
Αριθμητική Εφαρμογή.....	33
6.1 Αποτελέσματα για την Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα.....	33
6.2 Αποτελέσματα για τον Μέσο Χρόνο μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης.....	39
6.3 Αποτελέσματα για το Συνολικό Κόστος Λειτουργίας.....	45
6.4 Αποτελέσματα Πολυκριτήριων Βελτιστοποίησης Δεικτών.....	53
6.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων.....	53
6.5.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων 1 <sup>ου</sup> μοντέλου.....	53
6.5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων 2 <sup>ου</sup> μοντέλου.....	54
6.5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων 3 <sup>ου</sup> μοντέλου.....	56
6.5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων 4 <sup>ου</sup> μοντέλου.....	57
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7</b> .....	58
Συμπεράσματα – Προτάσεις για Περαιτέρω Έρευνα.....	58
Βιβλιογραφία.....	60

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

---

## Εισαγωγή

Με την αλματώδη εξέλιξη της τεχνολογίας κατά τις τελευταίες δεκαετίες, οι μηχανολογικές κατασκευές τείνουν να γίνονται ολοένα και πολυπλοκότερες και οι απαιτήσεις για την διαθεσιμότητα και αξιοπιστία των συστημάτων αυτών είναι πολύ υψηλές. Καθώς η πολυπλοκότητα του εξοπλισμού αυξάνει, η εκτίμηση του κινδύνου μιας αποτυχίας γίνεται πιο πολύπλοκη. Τέτοια συστήματα είναι κατασκευασμένα να λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα, αυτό έχει ως αποτέλεσμα να υπόκεινται σε αντίστοιχα σύνθετες βλάβες ή/και αστοχίες που επηρεάζουν αρνητικά την αξιοπιστία, την διαθεσιμότητα και την ασφαλή λειτουργία τους. Τέτοιες κατασκευές απαντώνται σε ιδιαίτερα κρίσιμους – οικονομικά και τεχνικά – τομείς, όπως οι μηχανουργικές κατεργασίες, τα συστήματα παραγωγής και μεταφορών, ο ηλεκτρικός και ηλεκτρονικός εξοπλισμός και τα συστήματα παραγωγής ενέργειας. Αυτός ο μηχανολογικός εξοπλισμός, απαιτείται να είναι διαθέσιμος όταν χρειάζεται και κατά συνέπεια να συντηρείται. Κάθε στοιχείο, συνιστώσα ή υποσύστημα του συστήματος φθείρεται με την πάροδο του χρόνου, υπόκειται σε αστοχίες ή βλάβες και στο τέλος καταστρέφεται. Η θεωρία αξιοπιστίας και η θεωρία συντήρησης και αντικατάστασης αναπτύχθηκαν παράλληλα με τον έλεγχο ποιότητας με στόχο την ασφαλή και αποδοτική λειτουργία συστημάτων. Πέραν της αποφυγής ατυχημάτων, υπάρχει οικονομικό ενδιαφέρον για την απρόσκοπτη και αξιόπιστη λειτουργία συστημάτων, όπως είναι τα συστήματα παραγωγής. Το ενδιαφέρον αυτό εντείνεται όταν υπάρχει ανταγωνισμός στην αγορά. Τόσο για τον παραγωγό όσο και για τον αγοραστή, η αξιοπιστία είναι ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα που καθορίζουν την ποιότητα του προϊόντος ή του συστήματος. Παράλληλα με την αξιοπιστία μελετούνται από τους ερευνητές πολιτικές προληπτικής συντήρησης οι οποίες επιμηκύνουν το χρόνο ζωής καθώς και πολιτικές αντικατάστασης όταν η λειτουργία του συστήματος δεν είναι πλέον συμφέρουσα [29]. Κατά τις τελευταίες δεκαετίες πολλές ερευνητικές προσπάθειες έχουν καταβληθεί για τη διατήρηση σε λειτουργία ενός τεχνολογικού ή μηχανικού συστήματος, ώστε να αποφθεχθούν τυχόν βλάβες. Καθώς το μέγεθος και η πολυπλοκότητα του εξοπλισμού συνεχίζουν να αυξάνονται οι επιπτώσεις από την

αποτυχία του εξοπλισμού γίνονται ολοένα και πιο κρίσιμες και οι συνέπειες μια αποτυχίας είναι πολλές και ποικίλες και σχεδόν σε κάθε αποτυχία υπάρχει και οικονομικό αντίκτυπο [31]. Συστήματα με εφεδρείες τα οποία αποτελούνται από δύο επισκευάσιμες μονάδες έχουν προσελκύσει την προσοχή πολλών ερευνητών που μελετούν τον τομέα της αξιοπιστίας συστημάτων τα τελευταία χρόνια [30]. Ένα σύστημα είναι επισκευάσιμο όταν μετά από μια βλάβη, υπόκειται σε άμεση αποκατάστασή της, προκειμένου να επανέλθει στην κανονική λειτουργία του. Ο σωστός σχεδιασμός και κατασκευή του εξοπλισμού είναι απαραίτητα για την λειτουργία συστημάτων που απαιτείται υψηλή αξιοπιστία. Ωστόσο, όσο άρτιος και αν είναι ο σχεδιασμός τους, τα περισσότερα μηχανολογικά συστήματα φθείρονται με την πάροδο του χρόνου, δεδομένου ότι λειτουργούν για πολύ μεγάλα χρονικά διαστήματα [25].

Μετά από ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα, εφόσον δεν πραγματοποιηθούν οι κατάλληλες ενέργειες, σε ένα μηχανολογικό σύστημα θα προκύψει βλάβη. Εκτός της βλάβης από την σταδιακή φθορά του εξοπλισμού, είναι πιθανό να εμφανιστούν και τυχαίες βλάβες που οφείλονται σε διάφορους εξωγενείς παράγοντες. Εφόσον επέλθει αστοχία στο υλικό των συστημάτων αυτό παύει να λειτουργεί με αποτέλεσμα να δημιουργείται κόστος στην επιχείρηση, στο οποίο εκτός από το κόστος αντικατάστασης του εξοπλισμού προστίθεται και το κόστος από την μη διαθεσιμότητα του συστήματος ώστε να λειτουργήσει η παραγωγή του εκάστοτε προϊόντος [32]. Με την ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας τα τελευταία χρόνια η πολυπλοκότητα των προϊόντων έχει εξελιχθεί σε πιο σύνθετη, κάτι που απαιτεί την καλύτερη δυνατή ποιότητα και τη βέλτιστη αξιοπιστία. Αποτέλεσμα αυτής της ανάπτυξης είναι πολλές βιομηχανικές μονάδες να δώσουν ιδιαίτερο βάρος και σημαντική προσοχή στην διαδικασία της προληπτικής συντήρησης. Έτσι λοιπόν, έχουν εφαρμοστεί πιο αποτελεσματικές προσεγγίσεις για την διαδικασία συντήρησης των μηχανολογικών συστημάτων, οι οποίες έχουν να κάνουν με την συντήρηση βάση της κατάστασης που βρίσκεται ο εξοπλισμός την δεδομένη χρονική περίοδο (condition based maintenance). Συγκεκριμένα, η συντήρηση συστημάτων με εφεδρείες (redundant systems) έχει ενδιαφέρον και έχει μελετηθεί σε μεγάλο βαθμό, καθώς και η εφεδρεία (redundancy) είναι ένας δυναμικός παράγοντας που επηρεάζει τη διάρκεια ζωής του συστήματος και την διαθεσιμότητά του. Αρκετές μελέτες που έχουν γίνει στα συστήματα με εφεδρείες σε αναμονή (standby) επικεντρώνονται στην βελτιστοποίηση και τον υπολογισμό του κόστους [33]-[36].

Οι δύο κύριες κατηγορίες συντήρησης είναι η προληπτική και η διορθωτική συντήρηση, όπου ανάλογα με την επισκευή οδηγούμαστε σε πολλές υποδιαιρέσεις (π.χ. ελάχιστη επισκευή, περιοδική, ανάλογα με την γήρανση, ανάλογα με τις συνθήκες, σαν

καινούργιο κλπ.), καθώς και ανάλογα με την διαμόρφωση του συστήματος (πχ. ενιαία-μονάδα (single-unit), πολλαπλότητα στοιχείου (multi-component), σύστημα με εφεδρείες (redundant systems) κλπ [1]-[4]. Είναι πολύ σημαντικό να διατηρήσουμε σε λειτουργία ένα σύστημα κάνοντας προληπτική συντήρηση σε αυτό ειδικά όταν οι αστοχίες είναι δαπανηρές ή/και επικίνδυνες. Η προληπτική συντήρηση του συστήματος ή μιας συσκευής μπορεί να οριστεί ως η ενέργεια που λαμβάνει χώρα τακτικά σε προκαθορισμένα χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια του χρόνου λειτουργίας τους, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η γήρανση του συστήματος [6]. Η συντήρηση με βάση την κατάσταση, είναι ένα πρόγραμμα συντήρησης με βάση τις πληροφορίες που συλλέγονται από την παρακολούθηση της κατάστασης του εξοπλισμού. Με την διαδικασία αυτή επιχειρείται η αποφυγή περιττών εργασιών συντήρησης, λαμβάνοντας τα απαραίτητα μέτρα μόνο εφόσον υπάρχουν οι κατάλληλες ενδείξεις αντικανονικής λειτουργίας του συστήματος. Ένα πρόγραμμα προληπτικής συντήρησης με βάση την κατάσταση, εάν εφαρμοστεί αποτελεσματικά μπορεί να αυξήσει την διαθεσιμότητα του συστήματος και να μειώσει το κόστος συντήρησης λόγω της αποφυγής περιττών ενεργειών διορθωτικής συντήρησης.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα μελετήσουμε την συμπεριφορά ενός μηχανολογικού συστήματος που αποτελείται από δύο μηχανές. Θα επιχειρήσουμε να αναπτύξουμε μια μεθοδολογία για την αξιολόγηση και να καθορίσουμε την βέλτιστη πολιτική συντήρησης των μηχανών του συστήματος έτσι ώστε να πετύχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα και λειτουργικό κόστος. Για την μοντελοποίηση του συστήματος χρησιμοποιούμε την μέθοδο Ημι-Μαρκοβιανών διαδικασιών. Οι μηχανές περνούν από τρία στάδια φθοράς/υποβάθμισης μέχρι να παρουσιάσουν βλάβη. Στην εργασία θα μελετηθούν δύο περιπτώσεις για την πολιτική συντήρησής τους. Η πρώτη περίπτωση θα αφορά ελέγχους οι οποίοι θα πραγματοποιούνται με σταθερό χρόνο  $T_1$ , ενώ η δεύτερη θα αφορά δύο διαφορετικούς χρόνους  $T_1, T_2$  (δεδομένου ότι  $T_1 > T_2$ ), όπου μετά από ορισμένη χρονική διάρκεια θα εντατικοποιούμε τους ελέγχους καθώς στο σύστημα θα έχει επέλθει μεγαλύτερη φθορά και μια βλάβη θα είναι περισσότερο πιθανή. Θα υπολογίσουμε τους χρόνους συντήρησης των δύο περιπτώσεων για το σύστημα έτσι ώστε να βελτιστοποιήσουμε την διαθεσιμότητα, τον μέσο χρόνο μέχρι την πρώτη βλάβη (MTTF), το κόστος λειτουργίας και τέλος θα ελαχιστοποιήσουμε το κόστος λειτουργίας για δεδομένο επίπεδο διαθεσιμότητας >99

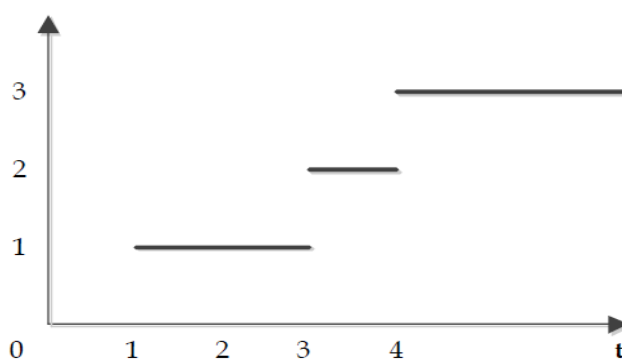
# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

## Στοχαστική Μοντελοποίηση

### 2.1 Στοχαστικές Διαδικασίες

Η εφαρμογή της Στατιστικής Επιστήμης στα φυσικά φαινόμενα, έφερε την Θεωρία Πιθανοτήτων αντιμέτωπη με ερωτήματα τα οποία δεν ήταν δυνατό να αντιμετωπιστούν με την μέχρι τότε θεμελίωσή της. Συγκεκριμένα, ενώ στα φαινόμενα αυτά έμπαινε δυναμικά η έννοια της ακολουθίας ενδεχομένων στο χρόνο ή και στο χώρο, η Θεωρία Πιθανοτήτων δεν παρείχε πλαίσια στα οποία θα μπορούσε να κινηθεί ο ερευνητής για να τα αναλύσει. Προέκυψε έτσι μια ανάγκη ανάπτυξης ενός υπόβαθρου μελέτης τέτοιων φαινομένων, η εύρεση δηλαδή των πιθανοθεωρητικών νόμων που θα καθόριζαν τη συμπεριφορά τους. Έτσι γεννήθηκε η θεωρία των στοχαστικών διαδικασιών. Μια στοχαστική διαδικασία  $X = \{X(t), t \in T\}$  είναι μια συλλογή τυχαίων μεταβλητών [38]. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε  $t$  του συνόλου δεικτών  $T$ , η  $X(t)$  είναι μια τυχαία μεταβλητή. Συχνά στην πράξη ερμηνεύουμε το δείκτη  $t$  ως χρόνο και ονομάζουμε την μεταβλητή  $X(t)$  ως την κατάσταση του συστήματος κατά τη χρονική στιγμή  $t$ . Αν το σύνολο του δείκτη  $T$  είναι αριθμήσιμο, τότε ονομάζουμε την  $X$  στοχαστική διαδικασία διακριτού χρόνου, ενώ στην περίπτωση που το  $T$  είναι συνεχές, η στοχαστική διαδικασία ονομάζεται συνεχούς χρόνου.



Σχήμα 1: Ένα δειγματικό μονοπάτι

Κάθε πραγματοποίηση της  $X$  ονομάζεται δειγματικό μονοπάτι. Για παράδειγμα, αν ορισμένα γεγονότα συμβαίνουν τυχαία στο χρόνο και  $X(t)$  είναι ο αριθμός των γεγονότων που συμβαίνουν στο διάστημα  $[0, t]$ , τότε το σχήμα 1 παρέχει ένα δειγματικό μονοπάτι της διαδικασίας  $X$ , το οποίο αντιστοιχεί σε ένα αρχικό γεγονός που συμβαίνει τη χρονική στιγμή 1, το επόμενο γεγονός που συμβαίνει τη χρονική

στιγμή 3 και το τρίτο γεγονός που συμβαίνει τη χρονική στιγμή 4 και κανένα γεγονός κάπου αλλού στο χρόνο.

Μια στοχαστική διαδικασία συνεχούς χρόνου  $\{X(t), t \in T\}$  λέγεται ότι έχει ανεξάρτητες προσαυξήσεις αν για όλα τα  $t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_n$  οι τυχαίες μεταβλητές  $X(t_1) - X(t_0), X(t_2) - X(t_1), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$  είναι ανεξάρτητες. Επίσης, λέγεται ότι έχει στάσιμες/μόνιμες προσαυξήσεις αν η τυχαία μεταβλητή  $X(t+s) - X(t)$  έχει την ίδια κατανομή για όλα τα  $t$ . Αυτό σημαίνει ότι έχει ανεξάρτητες προσαυξήσεις αν οι αλλαγές στην τιμή της διαδικασίας με το χρόνο, σε μη επικαλυπτόμενα χρονικά διαστήματα, είναι ανεξάρτητες, ενώ κατέχει στάσιμες προσαυξήσεις αν η κατανομή της αλλαγής στην τιμή της διαδικασίας μεταξύ οποιονδήποτε δύο σημείων εξαρτάται μόνο από την απόστασή τους.

## 2.2 Μαρκοβιανές Στοχαστικές Διαδικασίες

Ο Α. Μαρκον ήταν αυτός που εισήγαγε την έννοια της Μαρκοβιανής Ιδιότητας στη στοχαστική διαδικασία. Συνέλαβε την ιδέα της Μαρκοβιανής αλυσίδας μελετώντας τη διαδοχή των φωνηέντων στο ποίημα του Ρουσν "Evgeni Onegin". Βασικό σημείο της έρευνας ήταν να μελετηθεί η διαδικασία με μία συνθήκη εξάρτησης, στην ακολουθία των τυχαίων μεταβλητών, ως προς το ακριβώς προηγούμενο [5]. Πιο συγκεκριμένα, έστω μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών  $X(0), X(1), X(2), \dots$  με δυνατές τιμές  $1, 2, \dots, k$  για κάθε  $X(t)$  ( $t = 0, 1, 2, \dots$ ). Μια τέτοια στοχαστική διαδικασία ονομάζεται Μαρκοβιανή αλυσίδα, αν ισχύει:

$$\begin{aligned} P_{ij}(t) &= \\ &= Prob \left\{ X(t) = \frac{j}{X(t-1)} = i, X(t-2) = i_{t-2}, \dots, X(1) = i_1, X(0) = i_0 \right\} \\ &= Prob \left\{ X(t) = \frac{j}{X(t-1)} = i \right\}, \quad \forall t \in N. \end{aligned}$$

όπου  $i, j, i_0, i_1, \dots, i_{t-2} \in \{1, 2, \dots, k\}$

Η πιθανότητα  $p_{ij}(t)$  ονομάζεται πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση  $i$  στην κατάσταση  $j$ . Όταν οι πιθανότητες μετάβασης δεν εξαρτώνται από τη χρονική στιγμή  $t$  η αλυσίδα ονομάζεται ομογενής. Στην περίπτωση αυτή η πιθανότητα μετάβασης ισούται με:

$$P_{ij} = Prob\{X(t) = j | X(t-1) = i\} \quad \forall t \in N.$$

Στην αντίθετη περίπτωση η αλυσίδα ονομάζεται μη ομογενής. Οι πιθανότητες μετάβασης και ο χώρος των καταστάσεων χαρακτηρίζουν τη Μαρκοβιανή διαδικασία. Ο πίνακας  $\mathbf{P}(t)$  με στοιχεία τις πιθανότητες  $p_{ij}(t)$  λέγεται πίνακας μετάβασης της Μαρκοβιανής αλυσίδας. Είναι προφανές ότι στην περίπτωση της ομογενούς Μαρκοβιανής αλυσίδας ο πίνακας μετάβασης  $\mathbf{P}$  είναι μοναδικός, ενώ η μη ομογενής Μαρκοβιανή αλυσίδα περιγράφεται από μια ακολουθία πινάκων, την  $\{\mathbf{P}(t)\}_{t=0}^{\infty}$

## 2.3 Ημι-Μαρκοβιανές Αλυσίδες

Στις Μαρκοβιανές Αλυσίδες ο χρόνος παραμονής σε μια κατάσταση, ακολουθεί κάποια κατανομή η οποία χαρακτηρίζεται από έλλειψη μνήμης. Η εκθετική τυχαία μεταβλητή είναι η μοναδική που έχει αυτή την ιδιότητα για συνεχή χρόνο. Στις Ημι-Μαρκοβιανές διαδικασίες (SMP) η μετάβαση από μια κατάσταση  $i$  σε μια άλλη κατάσταση  $j$  εξαρτάται από το χρόνο παραμονής στην κατάσταση  $i$ , ο χρόνος παραμονής σε μια κατάσταση μπορεί να ακολουθήσει οποιαδήποτε κατανομή. Η Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία αποτελεί μια γενικευμένη μορφή των Μαρκοβιανών διαδικασιών

Μια Ημι-Μαρκοβιανή στοχαστική διαδικασία (SMP) είναι μια στοχαστική διαδικασία στην οποία οι καταστάσεις αλλάζουν σύμφωνα με μια Μαρκοβιανή αλυσίδα, αλλά μεσολαβεί ένα τυχαίο χρονικό διάστημα μεταξύ των μεταβάσεων [38]. Ειδικότερα, θεωρούμε μια στοχαστική διαδικασία με καταστάσεις  $0, 1, \dots$ , τέτοια ώστε οποτεδήποτε αυτή εισέρχεται στην κατάσταση με  $t$  με  $i \geq 0$ :

- i. Η επόμενη κατάσταση στην οποία θα εισέρθει η διαδικασία είναι η  $j$  με πιθανότητα  $P_{ij}$   $i, j \geq 0$ .
- ii. Δεδομένης της μετάβασης στην επόμενη κατάσταση  $j$ , ο χρόνος έως τη μετάβαση από την κατάσταση  $i$  στην  $j$  έχει κατανομή  $F_{ij}$ .

Αν συμβολίσουμε με  $Z(t)$  την κατάσταση την χρονική στιγμή  $t$ , τότε η στοχαστική διαδικασία  $\{Z(t), t \geq 0\}$  καλείται Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία (semi-Markov process).

Συνεπώς, μια Ημι-Μαρκοβιανή στοχαστική διαδικασία δεν κατέχει την Μαρκοβιανή ιδιότητα ότι δεδομένης της παρούσας κατάστασης το μέλλον είναι ανεξάρτητο του παρελθόντος. Για την πρόβλεψη του μέλλοντος δεν αρκεί η γνώση της παρούσας κατάστασης, αλλά χρειάζεται και ο χρόνος που παρέμεινε η διαδικασία στην κατάσταση αυτή. Τη στιγμή της μετάβασης το μόνο που χρειάζεται να γνωρίζουμε είναι

η νέα κατάσταση. Μια Μαρκοβιανή Αλυσίδα είναι μια Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία στην οποία:

$$F_{ij}(t) = \begin{cases} 0, & \text{αν } t < 1 \\ 1, & \text{αν } t \geq 1 \end{cases}$$

Δηλαδή, όλοι οι χρόνοι μετάβασης μιας Μαρκοβιανής Αλυσίδας είναι ίσοι με 1. Έστω ότι  $H_i$  είναι η κατανομή του χρόνου που παρέμεινε η Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία στην κατάσταση  $i$  πριν πραγματοποιήσει μια μετάβαση. Αυτό σημαίνει ότι

$$H(t) = \sum_j P_{ij} F_{ij}(t)$$

όπου  $\mu_i$  συμβολίζει τη μέση τιμή του για κάθε κατάσταση, δηλαδή

$$\mu_i = \int_0^{\infty} x dH_i(x)$$

Αν συμβολίσουμε με  $X_n$  την  $n$ -ιοστή κατάσταση που επισκέπτεται η αλυσίδα, τότε  $\{X_n, n \geq 0\}$  είναι μια Μαρκοβιανή Αλυσίδα με πιθανότητες μετάβασης  $P_{ij}$ .

Ένας τρόπος για να περιγράψουμε μια Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία (SMP) είναι να θεωρήσουμε ότι οι μεταβάσεις πραγματοποιούνται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο η αλυσίδα παραμένει στην κατάσταση  $i$  για ορισμένο χρονικό διάστημα το οποίο περιγράφεται από την κατανομή του χρόνου παραμονής  $H_i(t)$ . Στο δεύτερο στάδιο η αλυσίδα μεταβαίνει στην κατάσταση  $j$  και η μετάβασή της καθορίζεται από την πιθανότητα  $p_{ij}$ . Σε αντίθεση με την Μαρκοβιανή Διαδικασία που επιτρέπονται μόνο εκθετικές κατανομές, σε αυτή την περίπτωση η κατανομή του χρόνου παραμονής  $H_i(t)$  μπορεί να είναι γενική. Οπότε η Ημι-Μαρκοβιανή Διαδικασία χαρακτηρίζεται από τον πίνακα μετάβασης  $\mathbf{P}$  και από το διάνυσμα της κατανομής του χρόνου παραμονής  $H(t)$  [39].

Προσδιορίζουμε το διάνυσμα  $\vec{v}$  το οποίο είναι η οριακή κατανομή πιθανότητας μιας εμφυτευμένης Μαρκοβιανής Αλυσίδας Διακριτού Χρόνου (DTMC). Μπορούμε έπειτα να υπολογίσουμε τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης λύνοντας το σύστημα των γραμμικών εξισώσεων:

$$\vec{v} \cdot \mathbf{P} = \vec{v}$$

$$\sum_{i=1}^N v_i = 1$$

Η πιθανότητα μετάβασης από την κατάσταση  $i$  στην κατάσταση  $j$ , σε ένα χώρο καταστάσεων  $\Omega = [1,2,3, \dots, N]$  ορίζεται ως

$$p_{ij} = Prob(X_{n+1} = j | X_n = i) \quad i, j = 1, 2, \dots, N$$

με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1} & \cdots & P_{NN} \end{bmatrix}$$

Για να καθορίσουμε πλήρως την Ημι-Μαρκοβιανή διαδικασία, θα πρέπει να προσδιοριστεί η κατανομή του χρόνου παραμονής σε κάθε κατάσταση. Αρκεί απλώς να υπολογίσουμε το μέσο χρόνο παραμονής σε κάθε κατάσταση (sojourn time distribution)  $H_i(t)$  που υπολογίζεται:

$$H_i(t) = P(X_{min} \leq t)$$

με μέση τιμή,

$$h_i = \int_0^{\infty} [1 - H_i] dt$$

και τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης της Ημι-Μαρκοβιανής διαδικασίας οι οποίες προκύπτουν από τον παρακάτω τύπο:

$$\pi_i = \frac{v_i \cdot h_i}{\sum v_i \cdot h_i}$$

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

---

## Μηχανολογικά Συστήματα

### 3.1 Προληπτική Συντήρηση

Ως προληπτική συντήρηση ορίζουμε την δραστηριότητα που πραγματοποιείται σε τακτικά προεπιλεγμένα χρονικά διαστήματα, όταν το σύστημα λειτουργεί ικανοποιητικά, με στόχο να μειώσει ή να εξαλείψει την συσσωρευμένη αλλοίωση του υλικού, ενώ η επισκευή είναι η δραστηριότητα που επαναφέρει το σύστημα σε κατάσταση όπως ήταν καινούργιο μετά από κάποια βλάβη [40]. Περιλαμβάνει ενέργειες όπως λιπάνσεις, καθαρισμούς, ρυθμίσεις και αντικαταστάσεις. Σκοπός της είναι η ελαχιστοποίηση των βλαβών και των εκτεταμένων ζημιών. Όταν το κόστος που προκύπτει από την βλάβη του συστήματος είναι μεγαλύτερο από το κόστος της προληπτικής συντήρησης (θα μπορούσε να είναι κόστος από την μη διαθεσιμότητα του συστήματος, έξοδα επισκευής, απώλεια εσόδων κλπ.), συμφέρει να καταστρώσουμε μια πολιτική προληπτικής συντήρησης του συστήματος [40].

Η λογική της μεθόδου αποτελείται από τα εξής: Προγραμματισμένος περιοδικός έλεγχος του εξοπλισμού. Κάθε σημαντικό μηχάνημα ή εξάρτημα σταματά να λειτουργεί και επιθεωρείται μετά από συγκεκριμένες ώρες λειτουργίας. Κάθε φθαρμένο εξάρτημα, εάν υπάρχει, αντικαθίσταται και το μηχάνημα παραδίδεται και πάλι σε λειτουργία.

Επομένως η προληπτική συντήρηση αποτελείται από μια σειρά δραστηριοτήτων οι οποίες είναι προγραμματισμένες σύμφωνα με τις ώρες λειτουργίας του μηχανήματος, την ποσότητα παραγωγής, ή την κατάσταση (πχ αυξημένη ταλάντωση σε κάποιον άξονα) και:

- i. είτε παρατείνουν την ζωή ενός εξαρτήματος/μηχανήματος, όπως για παράδειγμα ο καθαρισμός και η λίπανση ενός ρουλεμάν
- ii. είτε ανακαλύπτουν ότι κάποιο εξάρτημα έχει αυξημένη φθορά και υπάρχει ο κίνδυνος να προκληθεί αστοχία, όπως για παράδειγμα μια αυξημένη θερμοκρασία ύστερα από θερμομέτρηση στο ρουλεμάν του άξονα μιας αντλίας, μπορεί με μια αντικατάσταση να αποτρέψει μια καταστροφική βλάβη.

Με την μέθοδο της προληπτικής συντήρησης, στόχος είναι να σχεδιαστεί η συντήρηση ενός εξοπλισμού έτσι ώστε να διορθώνει ή να προλαμβάνει καταστάσεις που μπορούν να οδηγήσουν σε βλάβες με αποτέλεσμα απώλεια λειτουργίας του συστήματος και κόστος επισκευής ή αντικατάστασης εξαρτημάτων. Είναι πιο οικονομικά συμφέρων να συντηρηθεί κάτι προληπτικά παρά να γίνει επισκευή αφού έχει προκύψει βλάβη και το σύστημα έχει πάψει να λειτουργεί. Με αυτή την μέθοδο έχοντας ως στόχο την μεγαλύτερη διαθεσιμότητα του συστήματος, πιθανός ορισμένα εξαρτήματα να αντικατασταθούν προτού εξαντλήσουν τα όρια λειτουργίας τους. Η προληπτική συντήρηση είναι μια παρεμβατική διαδικασία και η λειτουργία του συστήματος σταματάει, η παραγωγή που χάνεται από μια βλάβη είναι πολύ μεγαλύτερη από μια προγραμματισμένη στάση του συστήματος. Μια βλάβη σε ένα εξάρτημα μπορεί να προκαλέσει ζημιά και σε εξαρτήματα που συνδέονται με αυτό, για παράδειγμα αν συμβεί μια αστοχία σε ρουλεμάν αντλίας θα χρειαστεί, εκτός του ρουλεμάν, να αντικατασταθούν τα πτερύγια, το κέλυφος και άλλα στοιχεία της αντλίας.

Η σημαντικότερη δραστηριότητα της προληπτικής συντήρησης είναι η πραγματοποίηση επιθεωρήσεων. Επιθεώρηση είναι η διαδικασία που:

- i. Εάν οι προδιαγραφές ενός μηχανήματος είναι οι απαιτούμενες.
- ii. Εκτιμά τους παράγοντες που ενδεχομένως να προκαλέσουν πρόβλημα.
- iii. Αναγνωρίζει τους παράγοντες και τα αίτια που μπορούν να προκαλέσουν πρόβλημα οδηγώντας το σύστημα σε κατάσταση μη λειτουργίας και να εκτιμήσουν το χρονικό διάστημα που θα συμβεί αυτό.

Η επιθεώρηση θα πρέπει να πραγματοποιείται από εξειδικευμένο προσωπικό και πρέπει να προγραμματίζεται έτσι ώστε να γίνεται η μικρότερη δυνατή παρέμβαση στο σύστημα που αναγκαστικά θα τεθεί εκτός λειτουργίας έως ότου ολοκληρωθεί η διαδικασία.

Ένα πρόγραμμα προληπτικής συντήρησης θα πρέπει να περιλαμβάνει:

- μη καταστροφικούς ελέγχους,
- περιοδικές επιθεωρήσεις,
- προγραμματισμένες ενέργειες συντήρησης,
- διορθωτικές ενέργειες στο ελαττωματικό υλικό που εντοπίστηκε.

Ο σημαντικότερος λόγος εφαρμογής ενός προγράμματος προληπτικής συντήρησης σε ένα σύστημα είναι το μειωμένο κόστος. Το οποίο προκύπτει από την αύξηση της διάρκειας ζωής του εξοπλισμού, έγκαιρες και μειωμένου κόστους επισκευές

σε αντίθεση με εκτεταμένες επισκευές καθώς και από την μείωση των περιπτώσεων που το σύστημα βρίσκεται εκτός λειτουργίας.

Ανάλογα με το επίπεδο φθοράς/υποβάθμισης του εξοπλισμού η προληπτική συντήρηση αποτελείται από δύο διαφορετικές δράσεις: μικρή συντήρηση και μεγάλη συντήρηση. Προκειμένου να διαπιστώσουμε το επίπεδο υποβάθμισης και να επιλέξουμε την κατάλληλη ενέργεια το σύστημα/εξοπλισμός θα πρέπει να επιθεωρείται ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Έτσι, αναλόγως τα αποτελέσματα του ελέγχου που έγινε, μπορούμε να αποφασίσουμε ποια θα είναι η κατάλληλη δράση προληπτικής συντήρησης στον εξοπλισμό του συστήματος, που θα μπορούσε να είναι: καμία ενέργεια, μικρή συντήρηση ή μεγάλη συντήρηση. Πραγματοποιώντας μικρή συντήρηση στο σύστημα/εξοπλισμό, το επαναφέρουμε στον προηγούμενο βαθμό φθοράς/υποβάθμισης, ενώ η μεγάλη συντήρηση επαναφέρει το σύστημα/εξοπλισμό στην κατάσταση που ήταν καινούργιο [6].

### **3.2 Εφεδρικά Συστήματα**

Το πλεονάζον υλικό παίζει σημαντικό ρόλο στην βελτίωση της αξιοπιστίας συστημάτων. Ένα από τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα τέτοια συστήματα είναι τα συστήματα με εφεδρείες, τα οποία βρίσκουν εφαρμογή σε διάφορες βιομηχανίες. Η εφεδρική μονάδα σε αυτά τα συστήματα λειτουργεί ως υποστηρικτική λόγους αύξησης της αξιοπιστίας του.

Γενικά υπάρχουν δύο τύποι εφεδρείας, η ψυχρή εφεδρεία και η ζεστή [43]. Στην ψυχρή εφεδρεία το πλεονάζον υλικό/μηχανή δεν είναι δυνατόν να παρουσιάσει βλάβη την ώρα που βρίσκεται σε αναμονή και χρειάζεται κάποιο χρονικό διάστημα ούτως ώστε να τεθεί σε λειτουργία και να αντικαταστήσει αυτό που παρουσίασε βλάβη. Σε πολλά μηχανολογικά συστήματα έχει καθιερωθεί η τοποθέτηση συστημάτων ψυχρής εφεδρείας ως μια αποτελεσματική στρατηγική σχεδιασμού [41]. Στην θερμή εφεδρεία, ενώ έχουμε το πλεονέκτημα της άμεσης εναλλαγής του εξοπλισμού από κατάσταση εφεδρείας σε λειτουργική κατάσταση, η μέθοδος αυτή έχει το μειονέκτημα ότι η δεύτερη μονάδα που βρίσκεται σε αναμονή μπορεί να παρουσιάσει βλάβη οποιαδήποτε στιγμή [41].

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα μελετήσουμε ένα μηχανολογικό σύστημα αποτελούμενο από δύο μηχανές, όπου η πρώτη θα βρίσκεται σε λειτουργία και η δεύτερη θα βρίσκεται σε κατάσταση ψυχρής αναμονής.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

---

## Μοντελοποίηση Μηχανολογικού Συστήματος

### 4.1 Περιγραφή

Το σύστημα που θα μελετήσουμε αποτελείται από δύο μηχανολογικές μονάδες, μια σε λειτουργία και μια σε αναμονή. Οι δύο μονάδες επηρεάζονται από εσωτερικούς παράγοντες φθοράς/υποβάθμισης με την πάροδο του χρόνου, τα στάδια φθοράς/υποβάθμισης ακολουθούν εκθετική κατανομή, υποθέτουμε ότι μέχρι η μονάδα να αστοχήσει περνάει από τρία στάδια φθοράς/υποβάθμισης. Επίσης επηρεάζονται και από τυχαίες βλάβες που οφείλονται σε εξωγενείς παράγοντες, οι βλάβες ακολουθούν επίσης εκθετική κατανομή. Στο σύστημα περιλαμβάνονται ενέργειες προληπτικής συντήρησης, όπου έπειτα από επιθεώρηση της κατάστασης της μονάδας επιλέγεται:

- i. να μην πραγματοποιηθεί κάποια ενέργεια,
- ii. να πραγματοποιηθεί μικρή συντήρηση,
- iii. να πραγματοποιηθεί μεγάλη συντήρηση.

Εφόσον προκύψει βλάβη στην λειτουργική μονάδα, η δεύτερη που βρίσκεται σε ψυχρή αναμονή τίθεται σε λειτουργία και γίνεται διορθωτική συντήρηση σε αυτή που παρουσίασε αστοχία. Για την χρονική διάρκεια που απαιτείται για να πραγματοποιηθεί η προληπτική συντήρηση, το σύστημα βρίσκεται εκτός λειτουργίας. Σκοπός μας είναι χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Ημι-Μαρκοβιανών αλυσίδων να μοντελοποιήσουμε το συστήματα και έπειτα να αναλύσουμε την βέλτιστη πολιτική προληπτικής συντήρησης των μηχανών του συστήματος έτσι ώστε να πετύχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα και λειτουργικό κόστος. Θα ασχοληθούμε με δύο περιπτώσεις ελέγχου, στην πρώτη η επιθεώρηση του συστήματος θα πραγματοποιείται έπειτα από σταθερό χρόνο  $T_1$ , ενώ στην δεύτερη περίπτωση ο πρώτος έλεγχος θα γίνεται σε χρόνο  $T_1$  και έπειτα οι επόμενοι έλεγχοι θα πραγματοποιούνται σε χρόνο  $T_2$  ορίζοντας  $T_1 > T_2$ . Θεωρούμε στην δεύτερη περίπτωση ότι μόλις το σύστημα πραγματοποιήσει έναν ορισμένο χρόνο λειτουργίας, θα είναι απαραίτητη πιο τακτική επιθεώρηση της κατάστασής του. Η βέλτιστη πολιτική προληπτικής συντήρησης θα υπολογιστεί για τις εξής περιπτώσεις:

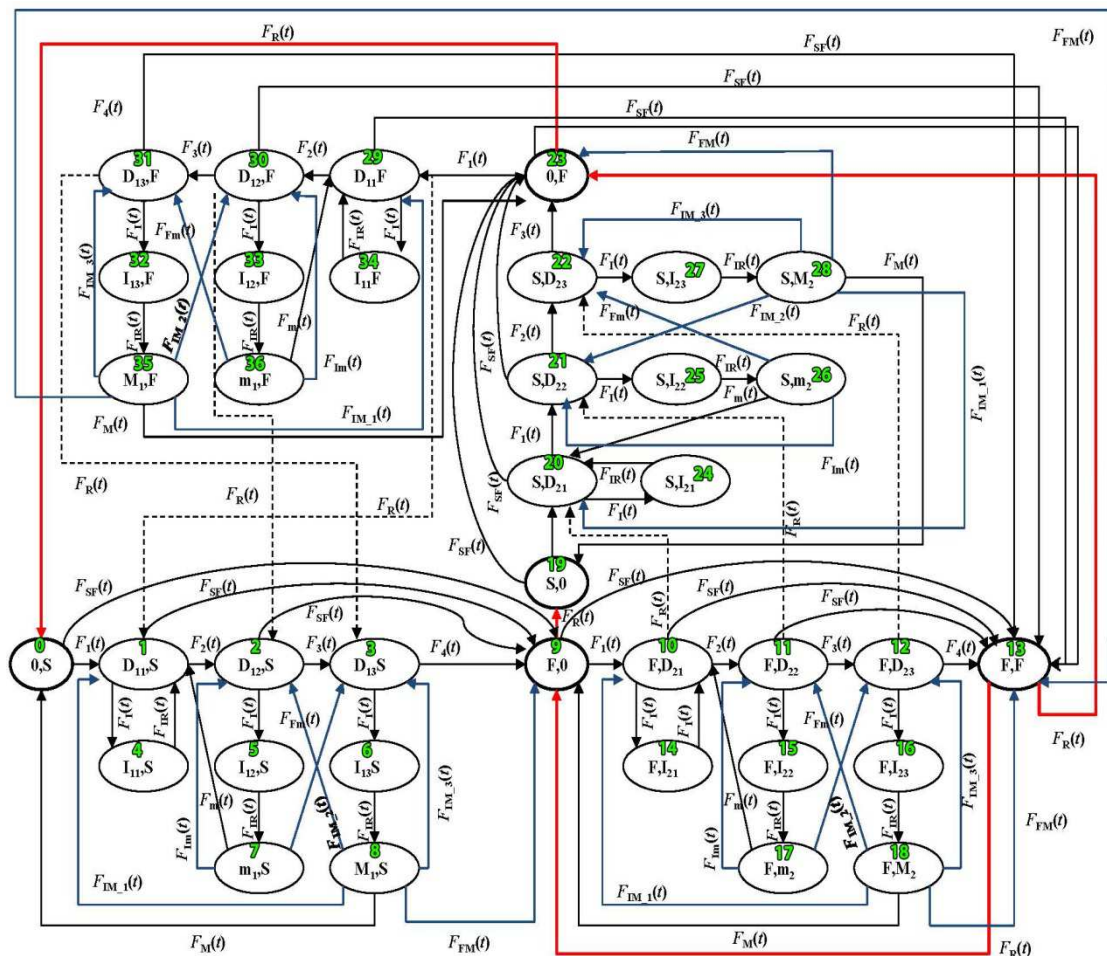
1. Μεγιστοποίηση διαθεσιμότητας του συστήματος,
2. Μεγιστοποίηση του μέσου χρόνου ως την πρώτη βλάβη (MTTF),
3. Ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας του συστήματος

4. Ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας του συστήματος με περιορισμό στην διαθεσιμότητα η οποία θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 99%

## 4.2 Σχεδιασμός Μοντέλου

### 4.2.1 Μοντελοποίηση με κοινό χρόνο επιθεώρησης T1

Αρχικά κατασκευάσαμε το διάγραμμα που περιγράφει τις μεταβάσεις των καταστάσεων του συστήματος Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Διάγραμμα μεταβάσεων

#### Επεξήγηση συμβόλων:

- $O$  - Η μηχανή βρίσκεται σε λειτουργία (Operating).
- $S$  - Η μηχανή βρίσκεται σε αναμονή (Stand By).
- $D_{ij}$  - Στην μηχανή  $i = \{1, 2\}$  έχει επέλθει φθορά/υποβάθμιση επιπέδου  $j = \{1, 2, 3\}$ .

- $I_{ij}$  - Στη μηχανή  $i = \{1, 2\}$  πραγματοποιείται επιθεώρηση στην κατάσταση φθοράς/υποβάθμισης  $j = \{1, 2, 3\}$ .
- $M_i$  - Στην μηχανή  $i = \{1, 2\}$  πραγματοποιείται μεγάλη συντήρηση
- $m_i$  - Στην μηχανή  $i = \{1, 2\}$  πραγματοποιείται μικρή συντήρηση
- $F$  - Η μηχανή βρίσκεται σε βλάβη

Καταστάσεις	Περιγραφή καταστάσεων του συστήματος
<b>0,S</b>	Η πρώτη μηχανή λειτουργεί, η δεύτερη βρίσκεται σε αναμονή
<b>F,0</b>	Η πρώτη μηχανή αστόχησε και τέθηκε σε λειτουργία η δεύτερη
<b>S,0</b>	Η πρώτη μηχανή επιδιορθώθηκε και βρίσκεται σε αναμονή, η δεύτερη βρίσκεται σε λειτουργία
<b>0,F</b>	Η πρώτη μηχανή λειτουργεί, η δεύτερη έχει αστοχήσει
<b>F,F</b>	Και οι δύο μηχανές έχουν αστοχήσει
<b>D<sub>11,j</sub></b>	Στην πρώτη μηχανή έχει επέλθει αμελητέα φθορά/υποβάθμιση που είναι ανεκτή, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
<b>D<sub>12,j</sub></b>	Στην πρώτη μηχανή έχει επέλθει μεσαία φθορά/υποβάθμιση (χρειάζεται μικρή συντήρηση), η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
<b>D<sub>13,j</sub></b>	Στην πρώτη μηχανή έχει επέλθει μέγιστη φθορά/υποβάθμιση (χρειάζεται μεγάλη συντήρηση), η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
<b>I<sub>11,j</sub></b>	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην πρώτη στην κατάσταση με αμελητέα φθορά/υποβάθμιση, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
<b>I<sub>12,j</sub></b>	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην πρώτη στην κατάσταση με μεσαία φθορά/υποβάθμιση, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
<b>I<sub>13,j</sub></b>	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην πρώτη στην κατάσταση με μέγιστη φθορά/υποβάθμιση, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$

$j, D_{11}$	Στην δεύτερη μηχανή έχει επέλθει αμελητέα φθορά/υποβάθμιση που είναι ανεκτή, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, D_{12}$	Στην δεύτερη μηχανή έχει επέλθει μεσαία φθορά/υποβάθμιση που είναι ανεκτή, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, D_{13}$	Στην δεύτερη μηχανή έχει επέλθει μέγιστη φθορά/υποβάθμιση που είναι ανεκτή, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, I_{11}$	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην δεύτερη στην κατάσταση με αμελητέα φθορά/υποβάθμιση, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, I_{12}$	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην δεύτερη στην κατάσταση με μεσαία φθορά/υποβάθμιση, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, I_{13}$	Πραγματοποιείται επιθεώρηση στην δεύτερη στην κατάσταση με μέγιστη φθορά/υποβάθμιση, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$m_{1,j}$	Πραγματοποιείται μικρή συντήρηση στην πρώτη μηχανή, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$M_{1,j}$	Πραγματοποιείται μεγάλη συντήρηση στην πρώτη μηχανή, η δεύτερη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, m_2$	Πραγματοποιείται μικρή συντήρηση στην δεύτερη μηχανή, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$
$j, M_2$	Πραγματοποιείται μεγάλη συντήρηση στην δεύτερη μηχανή, η πρώτη βρίσκεται στην κατάσταση $j = \{S, F\}$

### Παραδοχές Μοντέλου

- Πραγματοποιείται μια ενέργεια κάθε φορά, πχ αν και οι δύο μηχανές παρουσιάσουν βλάβη δεν μπορούν να επιδιορθωθούν ταυτόχρονα.
- Όταν η μηχανή που βρίσκεται σε λειτουργία παρουσιάσει βλάβη, ο μηχανισμός ελέγχου του συστήματος αλλάζει βάζει σε λειτουργία αυτόματα την εφεδρική μηχανή.
- Όταν η μηχανή που λειτουργεί βρίσκεται σε μια κατάσταση φθοράς/υποβάθμισης και η δεύτερη έχει βλάβη, αυτή μπορεί να επιδιορθωθεί και το σύστημα να μεταβεί στην αντίστοιχη κατάσταση, πχ στην κατάσταση  $(D_{12}, F)$  η δεύτερη μηχανή μπορεί να επιδιορθωθεί πριν η λειτουργική εισέλθει

στην επόμενη κατάσταση φθοράς/υποβάθμισης και να μπει σε κατάσταση αναμονής  $(D_{12},F) \rightarrow (D_{12},S)$ .

- Σε οποιαδήποτε κατάσταση του συστήματος, υπάρχει πιθανότητα να παρουσιαστεί απροσδόκητη βλάβη.
- Η μικρή επιδιόρθωση επαναφέρει το σύστημα στην ακριβώς προηγούμενη λειτουργική κατάσταση.
- Η μεγάλη επιδιόρθωση επαναφέρει το σύστημα στην κατάσταση που ήταν σαν καινούργιο.

Ένα μοντέλο περιγράφεται από τον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης  $\mathbf{K}(t)$  ο οποίος είναι της μορφής:

$$\mathbf{K}(t) = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & \dots & k_{n1} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & \dots & k_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

Ως  $k_{ij}(t)$  ορίζεται η πιθανότητα, αν η διαδικασία έχει μόλις εισέλθει στην κατάσταση  $i$  η επόμενη μετάβαση συμβαίνει μέσα σε χρόνο  $t$  και η επόμενη κατάσταση είναι η  $j$ .

Επομένως, τα στοιχεία  $k_{ij}(t)$  του πίνακα  $\mathbf{K}(t)$  ορίζονται ως:

$$k_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & \\ F_{ij} & \\ \int_0^t \bar{F}_{ik} \cdot \bar{F}_{im} dF_{ij}x & \end{cases}$$

–  $\boxed{0}$  έχουμε στην περίπτωση που δεν υπάρχει προσβάσιμη κατάσταση για μετάβαση από την  $i$ , εντός του χρόνου μετάβασης.

–  $\boxed{F_{ij}}$  έχουμε στην περίπτωση που υπάρχει μόνο μια προσβάσιμη κατάσταση  $j$  από την  $i$ , εντός του χρόνου μετάβασης.

–  $\boxed{\int_0^t \bar{F}_{ik} \cdot \bar{F}_{im} dF_{ij}x}$  έχουμε στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μία προσβάσιμες καταστάσεις από την  $i$  (για παράδειγμα τρεις  $j, k, m$ ) εντός του χρόνου μετάβασης. Στην  $i$  γραμμή του πίνακα έτσι θα έχουμε τρία στοιχεία, το  $F_{ij}$  εκφράζει την αθροιστική συνάρτηση κατανομής του χρόνου παραμονής στην κατάσταση  $i$  και συνδέεται με την μετάβαση από την κατάσταση  $i$  στην κατάσταση  $j$ .

$\bar{F}_{ik}(x) = 1 - F_{ik}(x)$  και  $F_{ik}(x)$  είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής του χρόνου παραμονής στην κατάσταση  $i$  πριν γίνει η μετάβαση στην κατάσταση  $k$  [43]. Με αντίστοιχο τρόπο κατασκευάζουμε τον πίνακα πιθανοτήτων μεταβάσεων  $P(t)$  του μοντέλου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.

### Κατανομές Πιθανοτήτων

Σύμφωνα με βιβλιογραφικές πηγές επιλέξαμε τις παρακάτω κατανομές. Για τα στάδια φθοράς/υποβάθμισης της μηχανής θα χρησιμοποιήσουμε Εκθετική Κατανομή [1],[4],[9],[16]. Για τον χρόνο μέχρι να πραγματοποιηθεί επιθεώρηση θα τον θεωρήσουμε σταθερό και θα χρησιμοποιήσουμε συνάρτηση μοναδιαίας βαθμίδας. Για την διάρκεια της επιθεώρησης ο χρόνος παραμονής σε αυτή την κατάσταση θα είναι σταθερός και ίσος με  $D$  [1],[11],[24]. Για την διάρκεια της μικρής και μεγάλης επιδιόρθωσης θα χρησιμοποιήσουμε Εκθετική Κατανομή [1],[3],[24]. Για την διάρκεια της επισκευής από βλάβη θα χρησιμοποιήσουμε Εκθετική Κατανομή [1],[24]. Για την διάρκεια της άστοχης επιδιόρθωσης και της μη σωστής επιδιόρθωσης θα χρησιμοποιήσουμε Εκθετική Κατανομή, γιατί προκαλείται κυρίως από ανθρώπινα λάθη και είναι εντελώς τυχαίο το πότε μπορεί να συμβεί. Για τις τυχαίες αστοχίες θα χρησιμοποιήσουμε Εκθετική Κατανομή γιατί οφείλεται σε εξωτερικούς από το σύστημα παράγοντες.

Με βάση τις αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής που εμφανίζονται στο διάγραμμα μεταβάσεων του μοντέλου μας, βάση της βιβλιογραφίας έχουμε επιλέξει τις εξής κατανομές που θα περιγράφουν τις πιθανότητες μετάβασης:

$$F_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}$$

$$F_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}$$

$$F_3(t) = 1 - e^{-\lambda_3 t}$$

$$F_4(t) = 1 - e^{-\lambda_4 t} \quad \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$$

$$F_I(t) \equiv u(t - T_i) = \begin{cases} 1 & t \geq T_i \\ 0 & t < T_i \end{cases} \quad i = 1,2$$

$$F_{IR}(t) \equiv u(t - D) = \begin{cases} 1 & t \geq D \\ 0 & t < D \end{cases}$$

$$F_{SF}(t) = 1 - e^{-\lambda_{SF} t}$$

$$F_m(t) = 1 - e^{-\lambda_m t}$$

$$F_M(t) = 1 - e^{-\lambda_M t}$$

$$F_{Im}(t) = 1 - e^{-\lambda_{Im} t}$$

$$F_{IM_1}(t) = 1 - e^{-\lambda_{IM_1} t}$$

$$F_{IM_2}(t) = 1 - e^{-\lambda_{IM_2} t}$$

$$F_{IM_3}(t) = 1 - e^{-\lambda_{IM_3}t}$$

$$F_{Fm}(t) = 1 - e^{-\lambda_{Fm}t}$$

$$F_{FM}(t) = 1 - e^{-\lambda_{FM}t}$$

$$F_R(t) = 1 - e^{-\lambda_R t}$$

Στην περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ , στην κατανομή  $F_i(t)$  το  $T_i$  παίρνει την τιμή 1. Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε την οριακή κατανομή  $v = [v_0, v_1, v_2, \dots, v_N]$  της εμφυτευμένης Μαρκοβιανής αλυσίδας, επιλύοντας το παρακάτω γραμμικό σύστημα εξισώσεων

Έχουμε:

$$\vec{v} \cdot P(\infty) = \vec{v}$$

$$\sum_{i=1}^N v_i = 1$$

Έπειτα θα υπολογίσουμε την κατανομή του μέσου χρόνου παραμονής στην κατάσταση  $i$  και συμβολίζεται  $H_i(t)$ . Επιστρέφουμε στο προηγούμενο παράδειγμα, που από την κατάσταση  $i$  μπορούμε να μεταβούμε στις καταστάσεις  $j, k, m$ . Ο χρόνος παραμονής στην κατάσταση  $i$  είναι:

$$\begin{aligned} H_i(t) &= \Pr(\min\{x_{ij}, x_{ik}, x_{im}\} \leq t) = \\ &= 1 - \Pr(\min\{x_{ij}, x_{ik}, x_{im}\} > t) = \\ &= 1 - \Pr(x_{ij} > t) \cdot \Pr(x_{ik} > t) \cdot \Pr(x_{im} > t) = \\ &= 1 - \bar{F}_{x_{ij}}(t) \cdot \bar{F}_{x_{ik}}(t) \cdot \bar{F}_{x_{im}}(t) \end{aligned}$$

Η μέση τιμή της κατανομής του χρόνου παραμονής στην κατάσταση  $i$  δίνεται από την σχέση:

$$h_i = \int_0^{\infty} [1 - H_i(t)] dt = \int_0^{\infty} \bar{F}_{x_{ij}}(t) \cdot \bar{F}_{x_{ik}}(t) \cdot \bar{F}_{x_{im}}(t) dt$$

Πλέον μπορούμε να υπολογίσουμε την οριακή κατανομή της Ημι-Μαρκοβιανής διαδικασίας  $\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N]$  χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο:

$$\pi_i = \frac{v_i \cdot h_i}{\sum v_i \cdot h_i}$$

## 4.2.2 Μοντελοποίηση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1, T_2$

Σε αυτή την περίπτωση, η διαδικασία είναι η ίδια με προηγουμένως, μοναδική διαφορά παρουσιάζεται στην κατανομή  $F_I(t)$  όπου το  $T_i$  παίρνει τις τιμές 1, 2 αυτή την φορά. Όσο η μηχανή βρίσκεται μέχρι το πρώτο στάδιο φθοράς υποβάθμισης, το  $T_i$  παίρνει την τιμή 1. Εφόσον περάσει το πρώτο στάδιο, η μηχανή θεωρητικά χρειάζεται πιο συχνή επιθεώρηση καθώς η φθορά/υποβάθμιση της λόγω του χρόνου θα είναι μεγαλύτερη. Έτσι, μόλις το σύστημά μας περάσει στο δεύτερο στάδιο φθοράς/υποβάθμισης η κατανομή το  $T_i$  της κατανομής  $F_I(t)$  παίρνει την τιμή 2. Με δεδομένο ότι  $T_1 > T_2$ .

Με την ίδια διαδικασία λοιπόν θα υπολογίσουμε την στάσιμη κατανομή της εμφυτευμένης Μαρκοβιανής αλυσίδας, έπειτα τους μέσους χρόνους παραμονής στις καταστάσεις και τέλος θα υπολογίσουμε τις πιθανότητες μόνιμης κατάστασης της Ημι-Μαρκοβιανής διαδικασίας.

## 4.3 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα Μηχανολογικού Συστήματος

### 4.3.1 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$ .

Η διαθεσιμότητα ορίζεται ως το ποσοστό του χρόνου που ο μηχανολογικός εξοπλισμός είναι διαθέσιμος να λειτουργήσει και είναι ουσιαστικά ένας ποσοτικός προσδιορισμός της αξιοπιστίας του συστήματος και παράγοντας πρωταρχικής σημασίας. Λόγω της φύσεως των συστημάτων, τα οποία είναι σχεδιασμένα να λειτουργούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα, η μέγιστη διαθεσιμότητα του συστήματος είναι η βασική επιδίωξη.

Για να υπολογίσουμε την διαθεσιμότητα του συστήματός μας, αρκεί να προσθέσουμε όλες εκείνες τις οριακές καταστάσεις στις οποίες το σύστημά μας βρίσκεται σε λειτουργία. Μελετώντας το διάγραμμα καταστάσεων Σχήμα 2, παρατηρούμε ότι το σύστημα είναι μη-διαθέσιμο στις περιπτώσεις:

- ο που έχουμε βλάβη και στις δύο μηχανές,
- ο που πραγματοποιείται επιθεώρηση στην λειτουργική μηχανή,
- ο που πραγματοποιείται συντήρηση στην λειτουργική μηχανή.

Προκύπτει λοιπόν ότι οι καταστάσεις στις οποίες το μηχανολογικό σύστημα βρίσκεται σε λειτουργία είναι οι 0, 1, 2, 3, 9, 10, 11, 12, 19, 20, 21, 22, 23, 29, 30 και η 31.

Για την συνάρτηση της διαθεσιμότητας έχουμε:

$$\text{Availability} = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_9 + \pi_{10} + \pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{19} + \pi_{20} + \pi_{21} + \pi_{22} + \pi_{23} + \pi_{29} + \pi_{30} + \pi_{31}$$

### 4.3.2 Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1$ , $T_2$

Η συνάρτηση της διαθεσιμότητας υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο, λαμβάνοντας υπόψη της νέες συναρτήσεις των πιθανοτήτων που έχουν δημιουργηθεί την μεταβλητή  $T_2$ :

$$\begin{aligned} \text{Availability} = & \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_9 + \pi_{10} + \pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{19} + \pi_{20} + \pi_{21} + \pi_{22} \\ & + \pi_{23} + \pi_{29} + \pi_{30} + \pi_{31} \end{aligned}$$

## 4.4 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης

### 4.4.1 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$

Για την ποσοτικοποίηση της αξιοπιστίας ενός μηχανολογικού συστήματος, ο Μέσος Χρόνος Εμφάνισης Βλάβης (MTTF) είναι ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο μέτρο της αξιοπιστίας. Ο Μέσος Χρόνος Εμφάνισης Βλάβης μας δίνει τον μέσο χρόνο που χρειάζεται το σύστημα μέχρι να φτάσει σε μια κατάσταση βλάβης, δεδομένου ότι ξεκίνησε από μια λειτουργική κατάσταση.

Η κατάσταση στην οποία παρουσιάζει βλάβη το σύστημά μας είναι η 13, οπότε ο χώρος καταστάσεων του μοντέλου μας χωρίζεται σε δύο νέα υποσύνολα  $A = \{13\}$  και  $T = \{0,1, \dots, 12, 14, \dots, 36\}$ . Ο Μέσος Χρόνος Εμφάνισης Βλάβης, μπορεί να υπολογιστεί από την παρακάτω εξίσωση:

$$MTTF = \sum_{i \in T} N_i \cdot h_i$$

$h_i$  είναι η μέση τιμή της κατανομής του χρόνου παραμονής στην κατάσταση  $i$  και  $N_i$  είναι ο μέσος αριθμός επισκέψεων στην κατάσταση  $i$  προτού το σύστημα παρουσιάσει βλάβη.

Θα κατασκευάσουμε έναν νέο πίνακα πιθανοτήτων μεταβάσεων  $P'$  ο οποίος θα είναι ίδιος με τον αρχικό πίνακα  $P$ , αλλά στην περίπτωσή του θα έχουμε αφαιρέσει την στήλη και την γραμμή της κατάστασης 13, στην οποία το σύστημα είναι εκτός λειτουργίας λόγω βλάβης.

Για τον υπολογισμό των  $N_i$  θα λύσουμε το σύστημα εξισώσεων:

$$N_i = p'_i + \sum_{j \in T} N_j \cdot p'_{ji} \quad i, j \in T$$

Ως  $p'_i$  ορίζεται η πιθανότητα το σύστημα να ξεκινήσει από την κατάσταση  $i$ , στην περίπτωση του μοντέλου μας Σχήμα 2, μπορεί να ξεκινήσει μόνο από την κατάσταση 0. Έτσι έχουμε  $p'_0 = 1$  και για τα υπόλοιπα  $i$  θα παίρνει την τιμή 0.  $p'_{ji}$  είναι οι συναρτήσεις των πιθανοτήτων μετάβασης του νέου πίνακα  $P'$ .

#### **4.4.2 Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης $T_1, T_2$**

Η διαδικασία παραμένει ίδια με την περίπτωση κοινού χρόνου επιθεώρησης  $T_1$ . Η διαφορά βρίσκεται στο νέο πίνακα  $P'$ , στον οποίο οι συναρτήσεις των πιθανοτήτων μετάβασης, θα εκφράζονται και με την μεταβλητή  $T_2$ .

### **4.5 Συνολικό Κόστος Λειτουργίας στο Μηχανολογικό Σύστημα**

#### **4.5.1 Συνολικό Κόστος Λειτουργίας με κοινό χρόνο επιθεώρησης $T_1$**

Η προληπτική συντήρηση ενός συστήματος πραγματοποιείται για την πρόληψη βλαβών οι οποίες θα θέσουν το σύστημα σε κατάσταση μη λειτουργίας για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ωστόσο όταν πραγματοποιείται η συντήρηση το σύστημα τίθεται εκτός λειτουργίας με αποτέλεσμα να δημιουργείται αντίστοιχο κόστος. Συνήθως η ενέργεια της συντήρησης θέτει το σύστημα εκτός λειτουργίας για πολύ λιγότερο χρόνο απ' ότι θα συνέβαινε σε περίπτωση βλάβης, ειδικότερα όταν πραγματοποιείται μικρή συντήρηση. Η μεγάλη συντήρηση που επαναφέρει το σύστημα σε κατάσταση σαν καινούργιο, ενδεχομένως να διαρκέσει όσο και μια επισκευή. Παρ' όλα αυτά, μια επισκευή ή αντικατάσταση μηχανής επιφέρει μεγαλύτερο κόστος από την πραγματοποίηση μεγάλης συντήρησης. Προκειμένου να διακρίνουμε αν η προληπτική συντήρηση βελτιώνει την απόδοση του συστήματος χρησιμοποιούμε ως μέτρο το συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος (Total Operational Cost, TOC) [6]. Το συνολικό κόστος προκύπτει από το άθροισμα του συνολικού αναμενόμενου κόστους από την μη λειτουργία του συστήματος (Total Expected Downtime Cost, TEDC) και του συνολικού αναμενόμενου κόστους δράσης (Total Expected Action Cost, TEAC). Προκύπτει:

$$TOC = TEDC + TEAC$$

Για το συνολικό αναμενόμενο κόστος μη λειτουργίας ξέρουμε ότι οι καταστάσεις στις οποίες το σύστημα δεν λειτουργεί σύμφωνα με το Σχήμα 2 είναι:

- Λόγω πραγματοποίησης επιθεώρησης – 4, 5, 6, 14, 15, 16, 24, 27, 32, 33, 34
- Λόγω πραγματοποίησης μικρής επιδιόρθωσης – 7, 17, 26, 35
- Λόγω πραγματοποίησης μεγάλης επιδιόρθωσης – 8, 18, 28, 36
- Λόγω βλάβης και των δύο μηχανών – 13

Έχουμε λοιπόν:

$$d_i = \begin{cases} 1 & i \in \Sigma \text{ καταστάσεις μη λειτουργίας} \\ 0 & i \in \Sigma \text{ καταστάσεις λειτουργίας} \end{cases}$$

Για τα κόστη στις διάφορες καταστάσεις μη λειτουργίας του συστήματος ορίζουμε:

$$C_i = \begin{cases} C_I & \text{αν } i = \text{καταστάσεις επιθεώρησης} \\ C_m & \text{αν } i = \text{μικρή επιδιόρθωση} \\ C_M & \text{αν } i = \text{μεγάλη επιδιόρθωση} \\ C_R & \text{αν } i = \text{επισκευή έπειτα από ολική βλάβη} \end{cases}$$

η συνάρτηση ανταμοιβής που προκύπτει είναι:

$$w(i) = C_i \cdot d_i$$

Για το Συνολικό Αναμενόμενο Κόστος Μη Λειτουργίας (TEDC) του συστήματος έχουμε:

$$\begin{aligned} TEDC &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i \in E} w(i) \cdot \Pr(P(t) = i) \\ &= \sum_{i \in E} w(i) \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr(P(t) = i) \Rightarrow \\ &TEDC = \sum_{i \in E} w(i) \cdot \pi_i \end{aligned}$$

Για το Συνολικό Αναμενόμενο Κόστος Δράσης γνωρίζουμε ότι  $f_i$  είναι ο αναμενόμενος αριθμός αφίξεων στην κατάσταση  $i$  ανά μονάδα χρόνου. Γνωρίζουμε ότι:

$$f_i = \frac{\pi_i}{h_i}$$

όπου  $\pi_i$  είναι η οριακή κατανομή πιθανότητα στην κατάσταση  $i$  και  $h_i$  ο μέσος χρόνος παραμονής στην κατάσταση  $i$ . Έπειτα θα ορίσουμε μια νέα συνάρτηση ανταμοιβής:

$$r(i) = C'_i \cdot s_i$$

όπου έχουμε:

$$d_i = \begin{cases} 1 & i \in A \\ 0 & i \notin A \end{cases}$$

στο σύνολο  $A$  έχουμε τις καταστάσεις στις οποίες πραγματοποιούμε κάποια ενέργεια/δράση όπως:

- μικρή επιδιόρθωση,
- μεγάλη επιδιόρθωση,
- μερική επισκευή,
- επισκευή/αντικατάσταση έπειτα από ολική βλάβη.

οπότε προκύπτει:

$$A = \{7, 8, 9, 13, 17, 18, 23, 26, 28, 35, 36\}$$

Τα διαφορετικά κόστη που προκύπτουν από τις ενέργειες είναι:

$$C'_i = \begin{cases} C'_m & \text{αν } i = \text{ενέργεια μικρής επιδιόρθωσης} \\ C'_M & \text{αν } i = \text{ενέργεια μεγάλης επιδιόρθωσης} \\ C'_{PR} & \text{αν } i = \text{ενέργεια μερικής επισκευής} \\ C'_R & \text{αν } i = \text{επισκευή έπειτα από ολική βλάβη} \end{cases}$$

Έτσι έχουμε:

$$\begin{aligned} TEAC &= \sum_{i \in E} r(i) \cdot f_i \Rightarrow \\ \Rightarrow TEAC &= \sum_{i \in E} r(i) \cdot \frac{\pi_i}{h_i} \end{aligned}$$

Προκύπτει για το Συνολικό Κόστος Λειτουργίας σε  $L$  μονάδες χρόνου:

$$\begin{aligned} TOC &= (TEDC + TEAC) \times L \\ TOC &= \left[ \sum_{i \in E} (w(i) \cdot \pi_i + r(i) \cdot \frac{\pi_i}{h_i}) \right] \times L \end{aligned}$$

όπου  $L$  έχουμε επιλέξει να είναι ένα έτος (σε ώρες).

Έπειτα, λαμβάνοντας υπόψη τις νέες συναρτήσεις των πιθανοτήτων μετάβασης, η διαδικασία για τον υπολογισμό του Συνολικού Κόστους Λειτουργίας στη περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$  είναι ακριβώς ίδια με την προηγούμενη περίπτωση.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## Βελτιστοποίηση Δεικτών Αξιοπιστίας και Απόδοσης του Συστήματος

### 5.1 Βελτιστοποίηση Διαθεσιμότητας

Στο Κεφάλαιο 4, δώσαμε τον ορισμό της διαθεσιμότητας και τον μαθηματικό τύπο που υπολογίζεται για το σύστημά μας. Στόχος μας είναι να υπολογίσουμε τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεωρήσεων, ούτως ώστε να μεγιστοποιήσουμε την διαθεσιμότητα του συστήματος. Αυτό θα το πραγματοποιήσουμε με την χρήση του προγράμματος Wolfram Mathematica χρησιμοποιώντας την συνάρτηση *NMaximize*, την συνάρτηση διαθεσιμότητας (*Availability*) που φτιάξαμε στο Κεφάλαιο 4 και λαμβάνοντας υπόψη τους παρακάτω περιορισμούς:

- Στην περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ , θα θέσουμε το  $T_1 > 0$  και  $T_1 < 8760$ . Νωρίτερα έχουμε αναφέρει ότι οι χρόνοι επιθεώρησης υπολογίζονται σε ώρες και εμείς θα μελετήσουμε σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους, οπότε  $1 \text{ έτος} = 12 \text{ μήνες} = 365 \text{ μέρες} = 8760 \text{ ώρες}$ .
- Στην περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$ , θα θέσουμε πάλι  $T_1, T_2 > 0$  και  $T_1, T_2 < 8760$ . Έχουμε αναφέρει ωστόσο ότι αφού το σύστημα περάσει το πρώτο στάδιο φθοράς/υποβάθμισης οι επιθεωρήσεις θα πρέπει να πραγματοποιούνται πιο συχνά, οπότε θέτουμε επιπλέον περιορισμό  $T_1 > T_2$ .

Τα αποτελέσματα που θα πάρουμε από την συνάρτηση που δημιουργήσαμε θα είναι:

- i. Ο βέλτιστος χρόνος/χρόνοι πραγματοποίησης επιθεώρησης στο σύστημα, υπολογισμένοι σε ώρες
- ii. Η μέγιστη διαθεσιμότητα του συστήματος, αν πραγματοποιήσουμε επιθεωρήσεις μετά από  $T_1$  ή  $T_1$  και  $T_2$  ώρες λειτουργίες των μηχανών.

### 5.2 Βελτιστοποίηση Μέσου Χρόνου μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης

Το ιδανικό σενάριο θα ήταν να έχουμε ένα σύστημα στο οποίο δεν θα παρουσιάζεται κάποια βλάβη, ωστόσο κάτι τέτοιο είναι αδύνατο να συμβεί λόγω και της φύσης των μηχανών. Στόχος μας είναι να δημιουργήσουμε τις κατάλληλες συνθήκες

πραγματοποιώντας επιθεωρήσεις, έτσι ώστε ο μέσος χρόνος μέχρι την εμφάνιση βλάβης να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος. Η διαδικασία βελτιστοποίησης του Μέσου Χρόνου μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης (MTTF), θα είναι ίδια με αυτή της βελτιστοποίησης της διαθεσιμότητας. Χρησιμοποιώντας πάλι την συνάρτηση  $NMaximize$ , την συνάρτηση MTTF που φτιάξαμε στο Κεφάλαιο 4 και τους ίδιους περιορισμούς για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  και διαφορετικούς χρόνους  $T_1 T_2$ .

Τα αποτελέσματα που θα πάρουμε από την συνάρτηση που δημιουργήσαμε θα είναι:

- i. Ο βέλτιστος χρόνος/χρόνοι πραγματοποίησης επιθεώρησης στο σύστημα, υπολογισμένοι σε ώρες
- ii. Ο μέγιστος μέσος χρόνος μέχρι την εμφάνιση βλάβης στο συστήματα, αν πραγματοποιήσουμε επιθεωρήσεις μετά από  $T_1$  ή  $T_1$  και  $T_2$  ώρες λειτουργίες των μηχανών.

### 5.3 Βελτιστοποίηση Συνολικού Κόστους Λειτουργίας

Όπως αναφέραμε το κόστος λειτουργίας του είναι ένας σημαντικός παράγοντας που μας ενδιαφέρει στην μελέτη ενός συστήματος. Πραγματοποιώντας επιθεωρήσεις και ενέργειες προληπτικής συντήρησης αυξάνουμε το κόστος λειτουργίας του συστήματος. Στόχος είναι να καταφέρουμε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερο κόστος λειτουργίας. Για την ελαχιστοποίηση του κόστους θα χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση  $NMinimize$  με τους ίδιους περιορισμούς για τους χρόνους  $T_1$  και  $T_1 T_2$  και την συνάρτηση του συνολικού κόστους λειτουργίας (TOC)

$$TOC = (TEDC + TEAC) \times L$$

Ως αποτέλεσμα το πρόγραμμα θα μας επιστρέψει:

- Στην περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης, η συνάρτηση θα μας επιστρέψει το ελάχιστο κόστος λειτουργίας και τον χρόνο  $T_1$  που θα πραγματοποιούμε επιθεώρηση στο σύστημα για να επιτύχουμε το συγκεκριμένο κόστος
- Στην περίπτωση με κοινό διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης, η συνάρτηση θα μας επιστρέψει το ελάχιστο κόστος λειτουργίας και τους χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$  που θα δίνουν το συγκεκριμένο κόστος.

## 5.4 Πολυκριτήρια Βελτιστοποίησης Δεικτών

Μπορούμε να βγάλουμε αρκετά συμπεράσματα για το μοντέλο μας, από τους δείκτες που έχουμε βελτιστοποιήσει. Ωστόσο ακόμα πιο χρήσιμα συμπεράσματα μπορούμε να βγάλουμε μελετώντας πολυκριτήρια αυτών των δεικτών. Το κόστος και η διαθεσιμότητα είναι από τους σημαντικότερους δείκτες αξιοπιστίας ενός συστήματος. Ελαχιστοποιώντας το κόστος λειτουργίας όμως επηρεάζεται η διαθεσιμότητα του συστήματος, καθώς πραγματοποιούνται λιγότερες επιθεωρήσεις και ενέργειες προληπτικής συντήρησης. Στόχος μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος λειτουργίας του συστήματος, ορίζοντας όμως έναν επιπλέον περιορισμό για την διαθεσιμότητά του. Θα επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε λοιπόν, το ελάχιστο κόστος λειτουργίας δεδομένου ότι θα έχουμε διαθεσιμότητα μεγαλύτερη από 99%. Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση  $NMinimize$  με τους ίδιους περιορισμούς για τους χρόνους  $T_1$  και  $T_1 T_2$ , προσθέτοντας έναν επιπλέον περιορισμό, όπως αναφέραμε για την διαθεσιμότητα, που θα είναι  $Availability > 0,99$ . Τα αποτελέσματα που θα επιστρέψει η συνάρτηση θα είναι:

- Στην περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης το ελάχιστο κόστος και ο χρόνος  $T_1$  που θα πρέπει να πραγματοποιείται επιθεώρηση, έτσι ώστε να επιτύχουμε το κόστος και να έχουμε διαθεσιμότητα μεγαλύτερη από 99%
- Στην περίπτωση με κοινό διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης το ελάχιστο κόστος και τους χρόνους  $T_1 T_2$  που θα πρέπει να πραγματοποιείται επιθεώρηση, έτσι ώστε να επιτύχουμε το κόστος και να έχουμε διαθεσιμότητα μεγαλύτερη από 99%. Το επίπεδο αυτό για τη διαθεσιμότητα είναι ενδεικτικό. Στην εργασία παρουσιάζεται η κατάλληλη μεθοδολογία έτσι ώστε η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση να γίνεται για οποιοδήποτε επιθυμητό επίπεδο διαθεσιμότητας

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

## Αριθμητική Εφαρμογή

### 6.1 Αποτελέσματα για την Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα

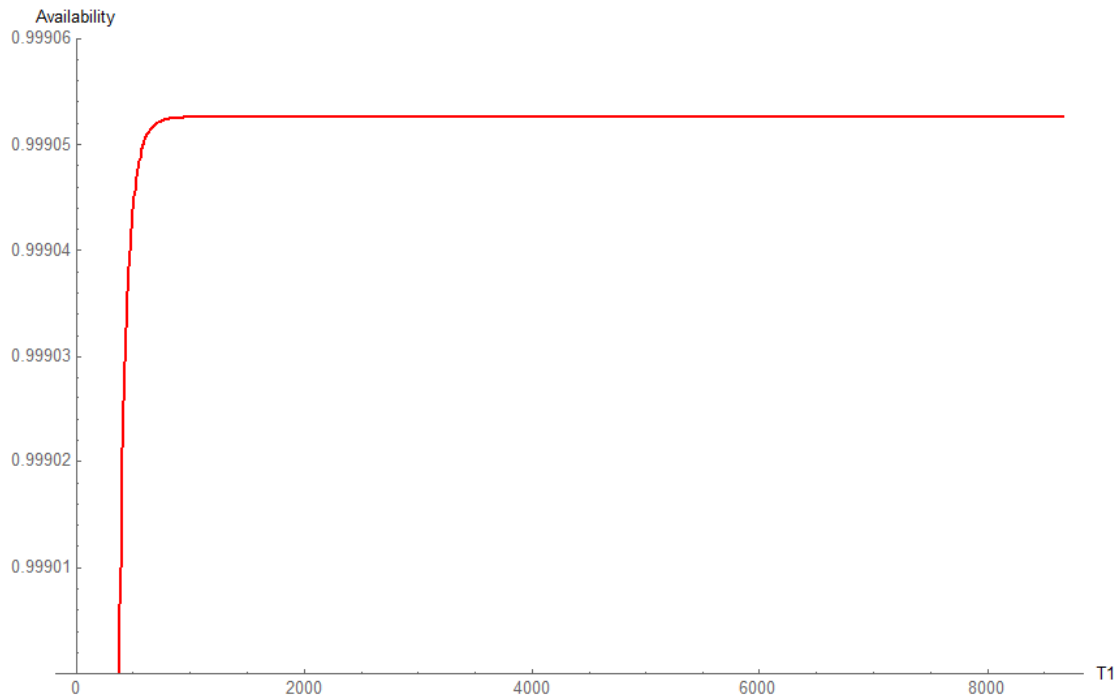
Μελετώντας την βιβλιογραφία επιλέξαμε να μελετήσουμε τέσσερις περιπτώσεις για το μοντέλο μας [11], [20], [27], [32]. Οι μεταβλητές των κατανομών των πιθανοτήτων που θα χρησιμοποιήσουμε θα είναι:

Περίπτωση 1	Περίπτωση 2	Περίπτωση 3	Περίπτωση 4
$\lambda_1 = 1/120 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_1 = 1/220 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_1 = 1/330 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_1 = 1/500 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_2 = 1/100 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_2 = 1/164 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_2 = 1/246 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_2 = 1/400 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_3 = 1/80 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_3 = 1/147 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_3 = 1/220,5 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_3 = 1/300 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_4 = 1/60 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_4 = 1/110 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_4 = 1/165 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_4 = 1/100 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_m = 0,5 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_m = 0,5 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_m = 0,5 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_m = 0,5 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_M = 0,2 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_M = 0,2 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_M = 0,2 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_M = 0,2 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{SF} = 0,0001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{SF} = 0,0001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{SF} = 0,0001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{SF} = 0,0001 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{Im} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Im} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Im} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Im} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{IM_1} = 0,03 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_1} = 0,03 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_1} = 0,03 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_1} = 0,03 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{IM_2} = 0,02 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_2} = 0,02 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_2} = 0,02 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_2} = 0,02 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{IM_3} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_3} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_3} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{IM_3} = 0,01 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{Fm} = 0,001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Fm} = 0,001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Fm} = 0,001 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{Fm} = 0,001 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_{FM} = 0,002 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{FM} = 0,002 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{FM} = 0,002 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_{FM} = 0,002 \text{ ώρες}^{-1}$
$\lambda_R = 0,025 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_R = 0,025 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_R = 0,025 \text{ ώρες}^{-1}$	$\lambda_R = 0,025 \text{ ώρες}^{-1}$

Για την Περίπτωση 1 με την βοήθεια του προγράμματος Mathematica μεγιστοποιήσαμε τον τύπο της Διαθεσιμότητας

$$\begin{aligned} \text{Availability} = & \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_9 + \pi_{10} + \pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{19} + \pi_{20} + \pi_{21} + \pi_{22} \\ & + \pi_{23} + \pi_{29} + \pi_{30} + \pi_{31} \end{aligned}$$

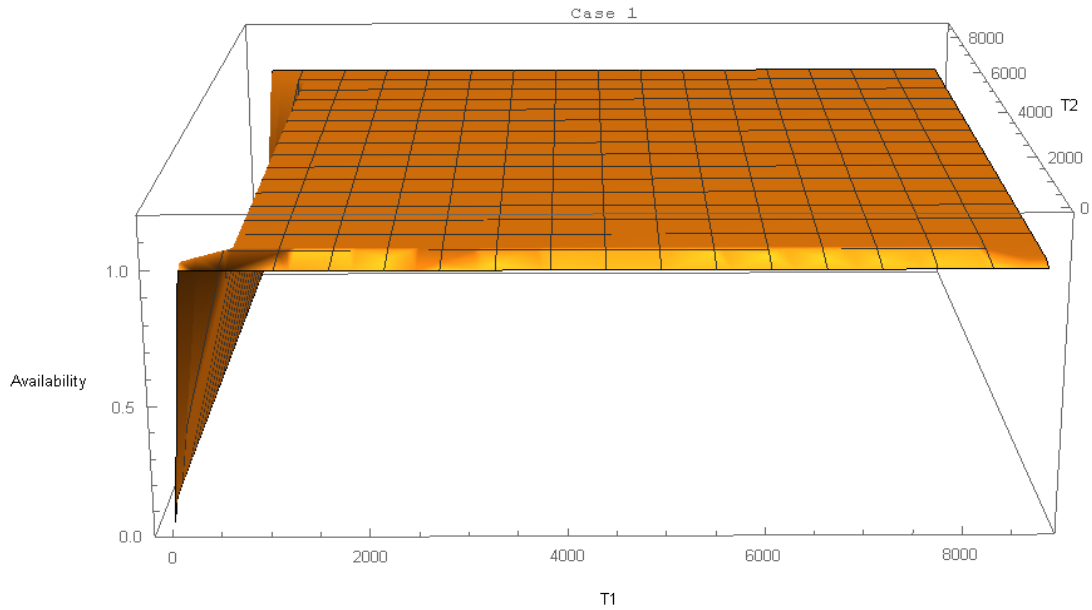
Η μέγιστη Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 0,999053 ή 99,9053% και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 2764,43 \text{ ώρες}$ .



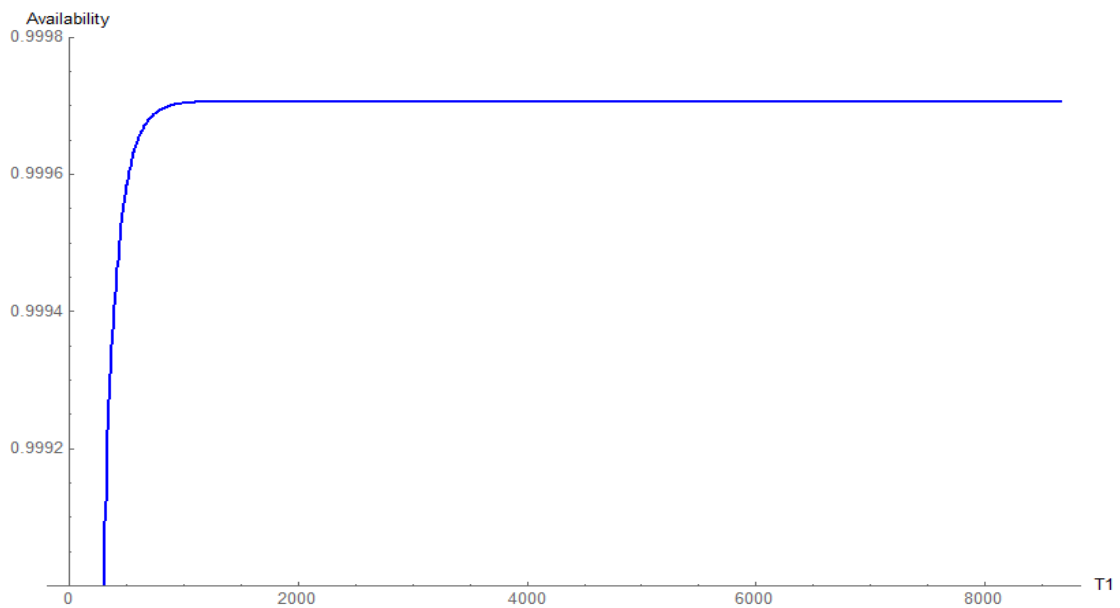
Εικόνα 1: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 1 ( $T_1$ )

Στην Εικόνα 1 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρή τιμή παίρνει η  $T_1$  τόσο μικρότερη είναι και η διαθεσιμότητα του συστήματος, αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι αν γίνεται στο σύστημα συχνά επιθεώρηση αυτό θα βρίσκεται πιο συχνά εκτός λειτουργίας. Από τον χρόνο  $T_1 = 2764,43$  ώρες και έπειτα παρατηρούμε ότι έχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα στο σύστημα.

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  θα μεγιστοποιήσουμε πάλι την ίδια συνάρτηση Διαθεσιμότητας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων. Η μέγιστη διαθεσιμότητα είναι 0,999053 ή 99,9053% και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,95$  ώρες και  $T_2 = 3052,5$  ώρες. Στην Εικόνα 2 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και σε αυτή την περίπτωση αν ο χρόνος  $T_1$  είναι μικρός μειώνεται η διαθεσιμότητα, όσο αυξάνεται ο χρόνος  $T_1$  αυξάνεται και η διαθεσιμότητα η οποία βλέπουμε ότι φτάνει στο βέλτιστο όταν πάρουμε τις πιο πάνω τιμές για  $T_1, T_2$ .

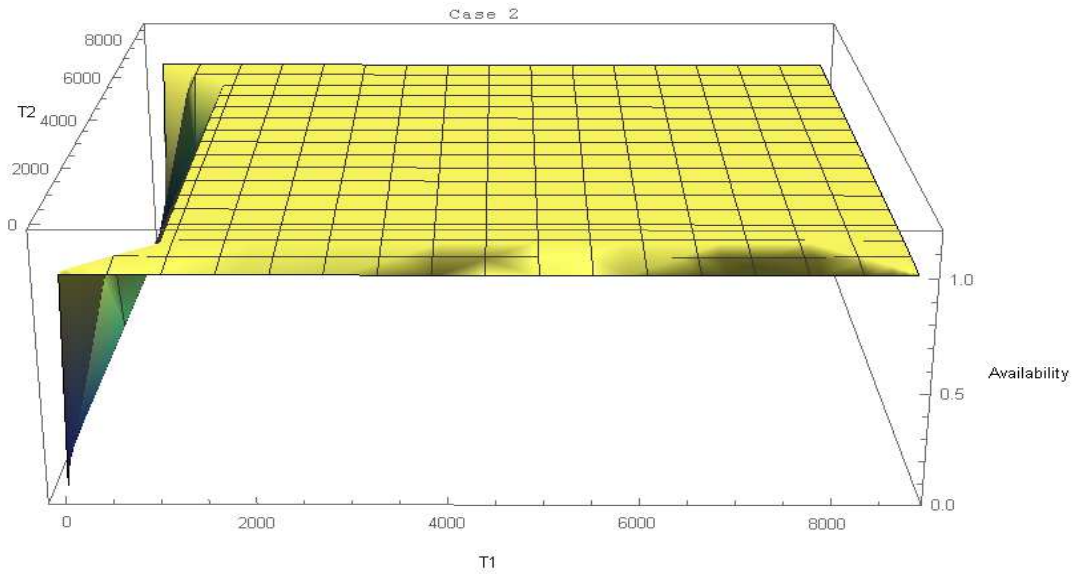


**Εικόνα 2: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 1 ( $T_1$   $T_2$ )**

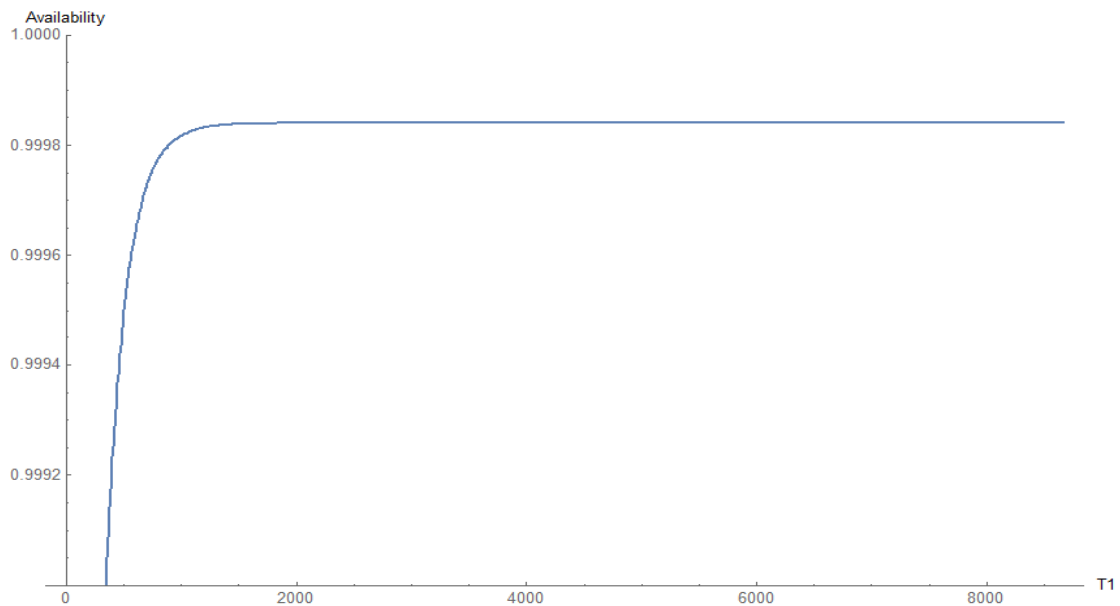


**Εικόνα 3: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 2 ( $T_1$ )**

Για την Περίπτωση 2 μεγιστοποιούμε πάλι την ίδια συνάρτηση και προκύπτει ότι η μέγιστη Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 0,999706 ή 99,9706% και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 5946,99$  ώρες. Στην Εικόνα 3 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρή τιμή παίρνει η  $T_1$  τόσο μικρότερη είναι και η διαθεσιμότητα του συστήματος, αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι αν γίνεται στο σύστημα συχνά επιθεώρηση αυτό θα βρίσκεται πιο συχνά εκτός λειτουργίας. Από τον χρόνο  $T_1 = 5946,99$  ώρες και έπειτα παρατηρούμε ότι έχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα στο σύστημα.

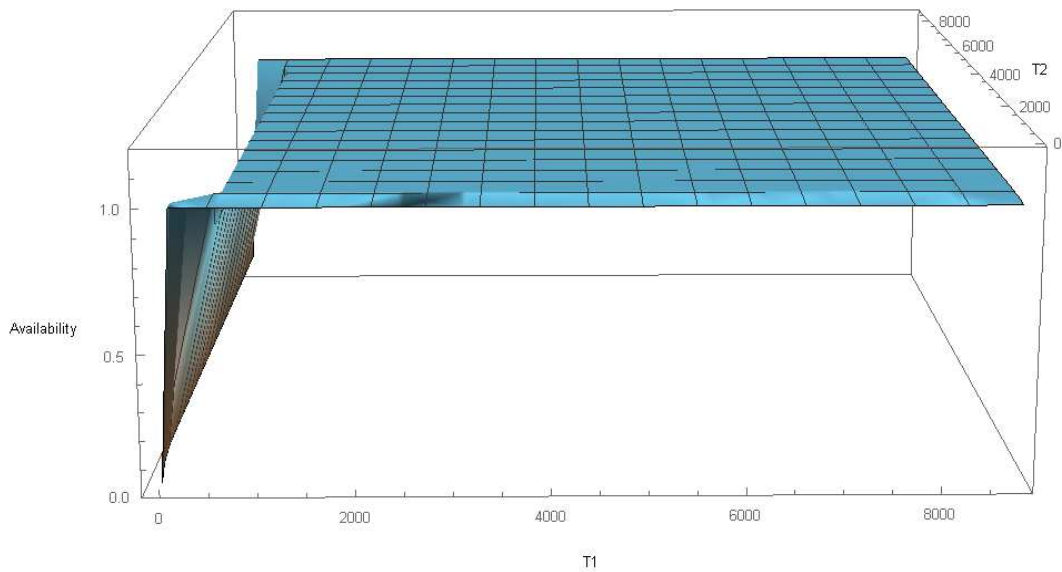


**Εικόνα 4: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 2 ( $T_1$   $T_2$ )**



**Εικόνα 5: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 3 ( $T_1$ )**

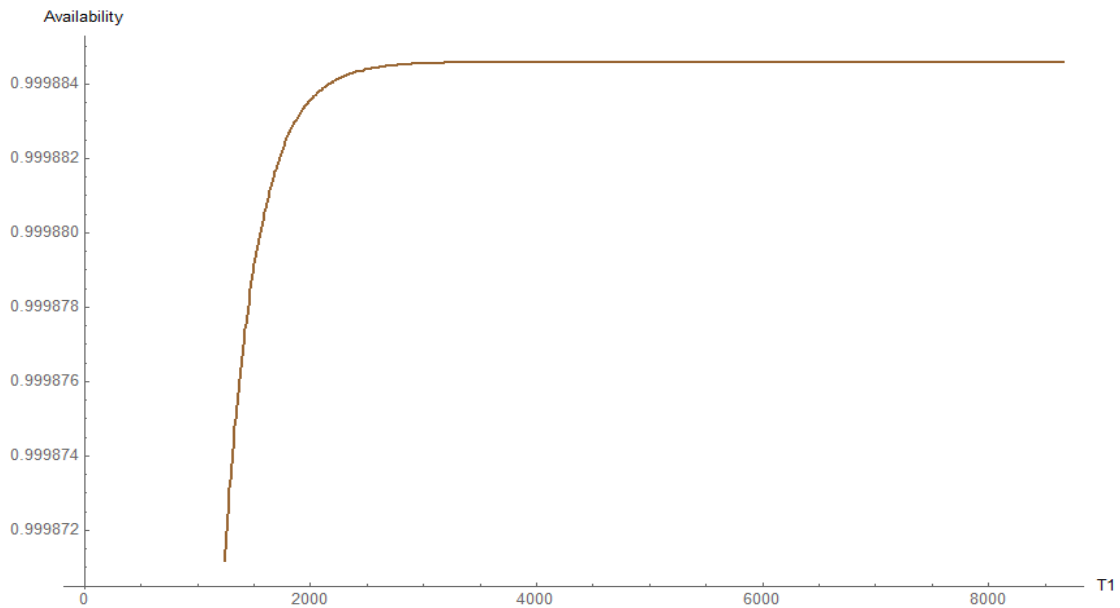
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  θα μεγιστοποιήσουμε πάλι την ίδια συνάρτηση Διαθεσιμότητας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων. Η μέγιστη διαθεσιμότητα είναι 0,999706 ή 99,9706% και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,91$  ώρες και  $T_2 = 6720,7$  ώρες. Στην Εικόνα 4 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και σε αυτή την περίπτωση αν ο χρόνος  $T_1$  είναι μικρός μειώνεται η διαθεσιμότητα, όσο αυξάνεται ο χρόνος  $T_1$  αυξάνεται και η διαθεσιμότητα η οποία βλέπουμε ότι φτάνει στο βέλτιστο όταν πάρουμε τις πιο πάνω τιμές για  $T_1$ ,  $T_2$ .



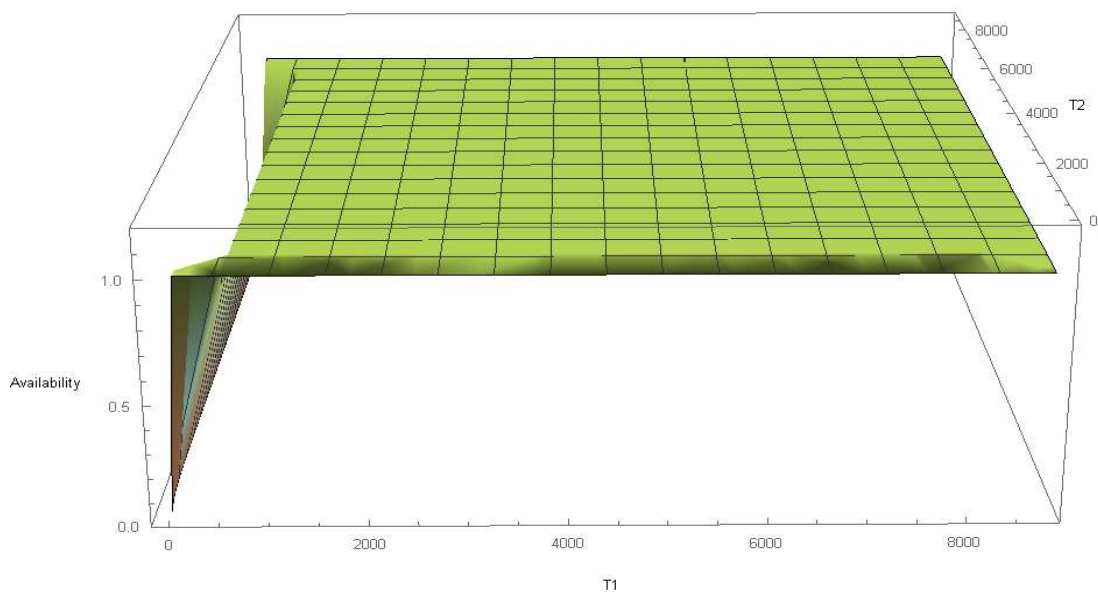
**Εικόνα 6: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 3 ( $T_1/T_2$ )**

Για την Περίπτωση 3 μεγιστοποιούμε πάλι την ίδια συνάρτηση και προκύπτει ότι η μέγιστη Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 0,99984 ή 99,984% και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8669,91$  ώρες. Στην Εικόνα 5 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρή τιμή παίρνει η  $T_1$  τόσο μικρότερη είναι και η διαθεσιμότητα του συστήματος, αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι αν γίνεται στο σύστημα συχνά επιθεώρηση αυτό θα βρίσκεται πιο συχνά εκτός λειτουργίας. Από τον χρόνο  $T_1 = 8669,91$  ώρες και έπειτα παρατηρούμε ότι έχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα στο σύστημα.

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  θα μεγιστοποιήσουμε πάλι την ίδια συνάρτηση Διαθεσιμότητας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων. Η μέγιστη διαθεσιμότητα είναι 0,99984 ή 99,984% και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,9$  ώρες και  $T_2 = 7013,13$  ώρες. Στην Εικόνα 6 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και σε αυτή την περίπτωση αν ο χρόνος  $T_1$  είναι μικρός μειώνεται η διαθεσιμότητα, όσο αυξάνεται ο χρόνος  $T_1$  αυξάνεται και η διαθεσιμότητα η οποία βλέπουμε ότι φτάνει στο βέλτιστο όταν πάρουμε τις πιο πάνω τιμές για  $T_1, T_2$ .

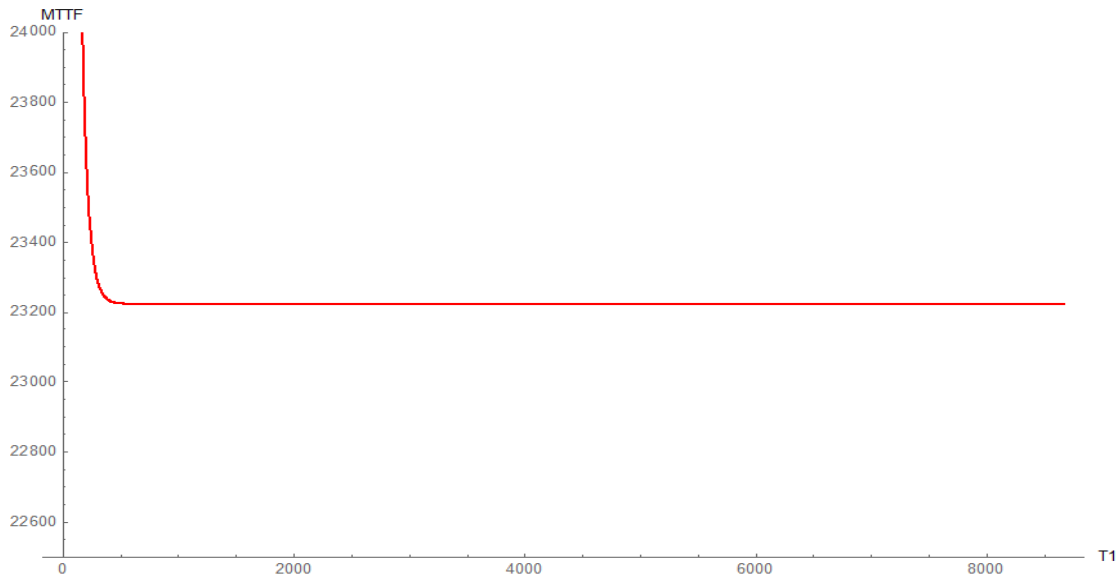


**Εικόνα 7: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 4 ( $T_1$ )**



**Εικόνα 8: Διάγραμμα Διαθεσιμότητας Περίπτωση 4 ( $T_1$   $T_2$ )**

Για την Περίπτωση 4 μεγιστοποιούμε πάλι την ίδια συνάρτηση και προκύπτει ότι η μέγιστη Ασυμπτωτική Διαθεσιμότητα του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 0,999885 ή 99,9885% και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8669,95$  ώρες. Στην Εικόνα 7 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρή τιμή παίρνει η  $T_1$  τόσο μικρότερη είναι και η διαθεσιμότητα του συστήματος, αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι αν γίνεται στο σύστημα συχνά επιθεώρηση αυτό θα βρίσκεται πιο συχνά εκτός λειτουργίας. Από τον χρόνο  $T_1 = 8669,95$  ώρες και έπειτα παρατηρούμε ότι έχουμε βέλτιστη διαθεσιμότητα στο σύστημα.



Εικόνα 9: Διάγραμμα MTTF για την Περίπτωση 1 ( $T_1$ )

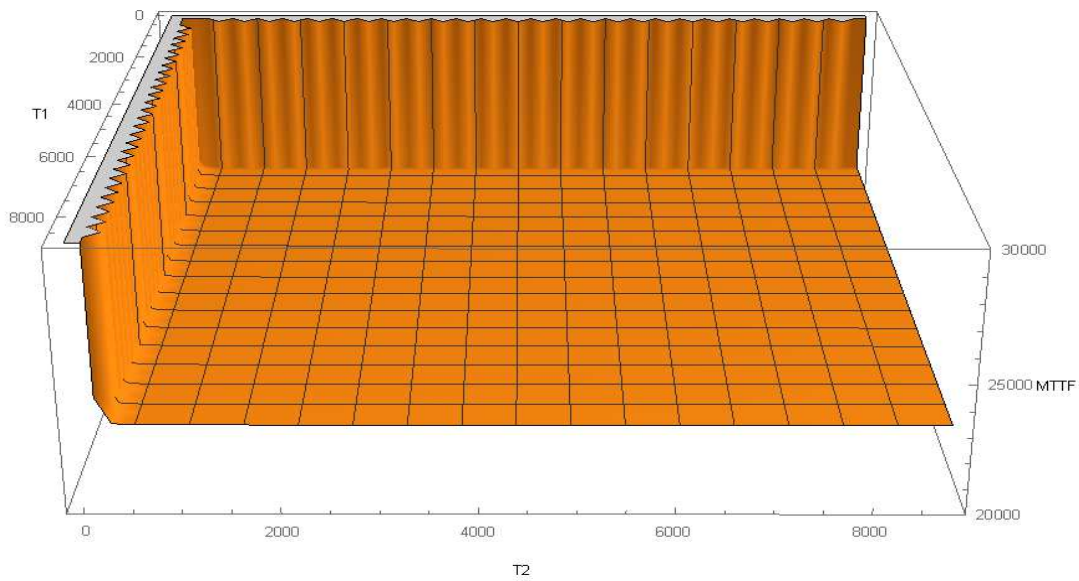
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  μεγιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων, η μέγιστη διαθεσιμότητα είναι 0,999885 ή 99,9885% και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,89$  ώρες και  $T_2 = 8556,46$  ώρες. Στην Εικόνα 8 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά της Διαθεσιμότητας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και σε αυτή την περίπτωση αν ο χρόνος  $T_1$  είναι μικρός μειώνεται η διαθεσιμότητα, όσο αυξάνεται ο χρόνος  $T_1$  αυξάνεται και η διαθεσιμότητα η οποία βλέπουμε ότι φτάνει στο βέλτιστο όταν πάρουμε τις πιο πάνω τιμές για  $T_1$ ,  $T_2$ .

## 6.2 Αποτελέσματα για τον Μέσο Χρόνο μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης

Για την Περίπτωση 1 ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος προκύπτει από την μεγιστοποίηση της συνάρτησης

$$MTTF = \sum_{i \in T} N_i \cdot h_i$$

Με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι  $1,81278 \cdot 10^{12}$  και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 1,18541 \cdot 10^{-8}$  ώρες. Στην Εικόνα 9 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν το  $T_1$  παίρνει μικρές τιμές ο Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης παίρνει πολύ μεγάλη τιμή, αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα θα είναι εκτός λειτουργίας λόγω πολύ συχνών επιθεωρήσεων. Ωστόσο παρατηρούμε ότι ομαλοποιείται στην τιμή 23244,7.



**Εικόνα 10: Διάγραμμα MTTF για την Περίπτωση 1 ( $T_1$   $T_2$ )**



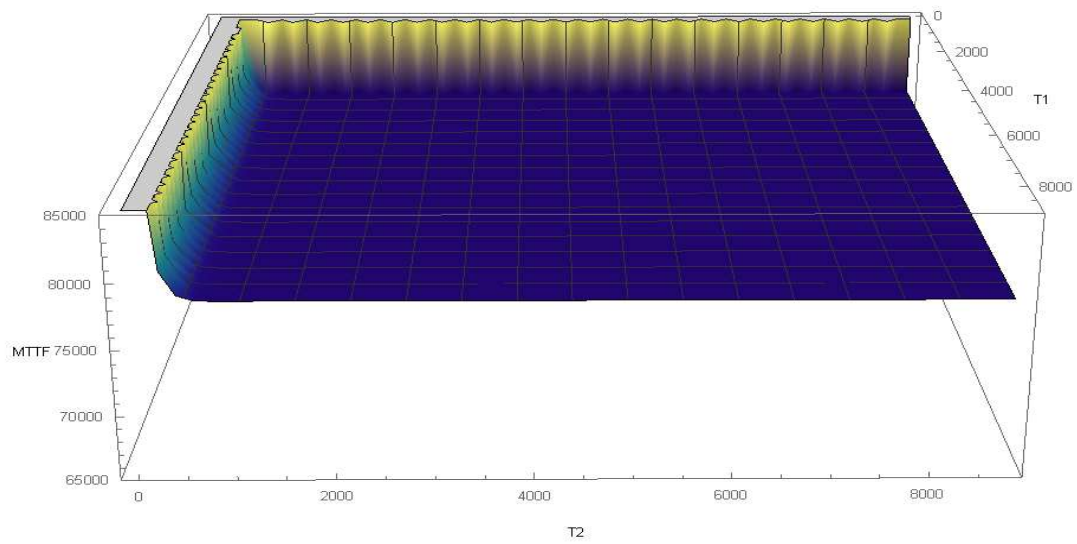
**Εικόνα 11: Διάγραμμα MTTF για την Περίπτωση 2 ( $T_1$ )**

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος υπολογίζεται από την μεγιστοποίηση της ίδια συνάρτησης χρησιμοποιώντας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων και είναι 23244,7 και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 6966,75$  ώρες και  $T_2 = 3742,84$  ώρες. Στην Εικόνα 10 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές  $T_1$  που είναι ο χρόνος πραγματοποίησης της πρώτης επιθεώρησης ο Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης είναι πολύ μεγάλος για οποιαδήποτε τιμή  $T_2$ , το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση με μικρό  $T_2$  ωστόσο ομαλοποιείται και παίρνουμε τον μέγιστο μέσο χρόνο με τις παραπάνω τιμές.

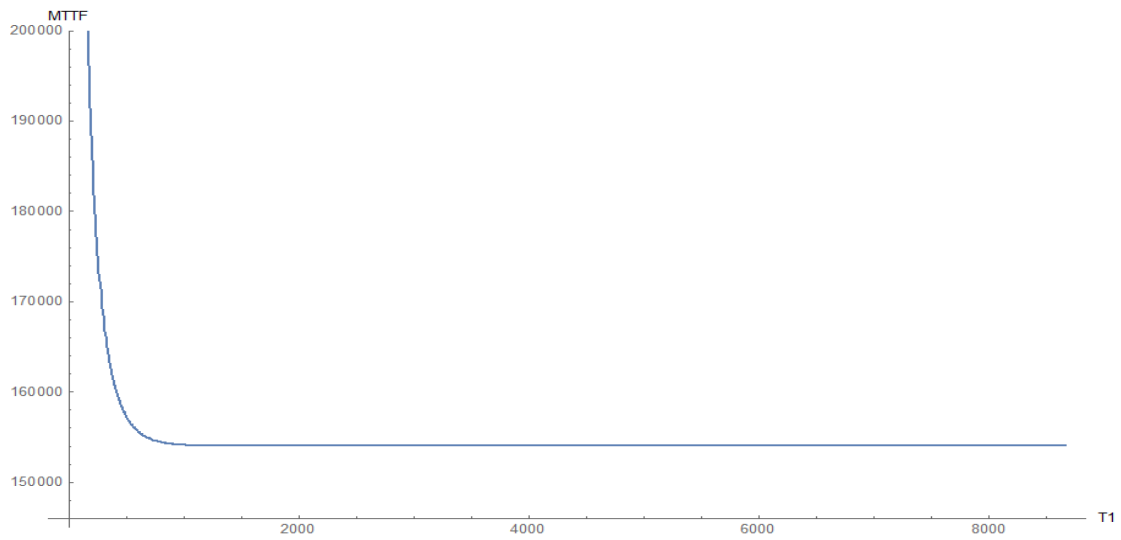
Για την Περίπτωση 2 ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  μεγιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι  $2,64889 \cdot 10^{12}$  και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 6,80472 \cdot 10^{-9}$  ώρες. Στην Εικόνα 11 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν το  $T_1$  παίρνει μικρές τιμές ο Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης παίρνει πολύ μεγάλη τιμή, αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα θα είναι εκτός λειτουργίας λόγω πολύ συχνών επιθεωρήσεων. Ωστόσο παρατηρούμε ότι ομαλοποιείται στην τιμή 78321,8.

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος υπολογίζεται από την μεγιστοποίηση της ίδια συνάρτησης χρησιμοποιώντας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων και είναι 78321,8 και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,9$  ώρες και  $T_2 = 6970,39$  ώρες. Στην Εικόνα 12 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1 T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές  $T_1$  που είναι ο χρόνος πραγματοποίησης της πρώτης επιθεώρησης ο Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης είναι πολύ μεγάλος για οποιαδήποτε τιμή  $T_2$ , το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση με μικρό  $T_2$  ωστόσο ομαλοποιείται και παίρνουμε τον μέγιστο μέσο χρόνο με τις παραπάνω τιμές.

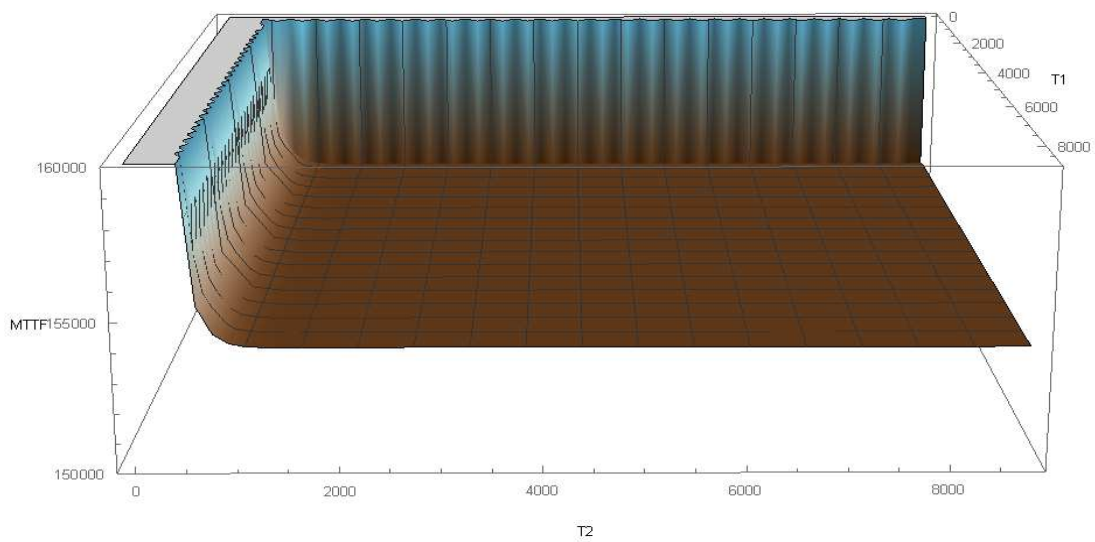
Για την Περίπτωση 3 ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  μεγιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι  $4,1139 \cdot 10^{13}$  και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 4,21233 \cdot 10^{-10}$  ώρες. Στην Εικόνα 13 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν το  $T_1$  παίρνει μικρές τιμές ο Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης παίρνει πολύ μεγάλη τιμή, αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα θα είναι εκτός λειτουργίας λόγω πολύ συχνών επιθεωρήσεων. Ωστόσο παρατηρούμε ότι ομαλοποιείται στην τιμή 154046.



**Εικόνα 12: Διάγραμμα MTF για την Περίπτωση 2 ( $T_1$   $T_2$ )**



**Εικόνα 13: Διάγραμμα MTF για την Περίπτωση 3 ( $T_1$ )**

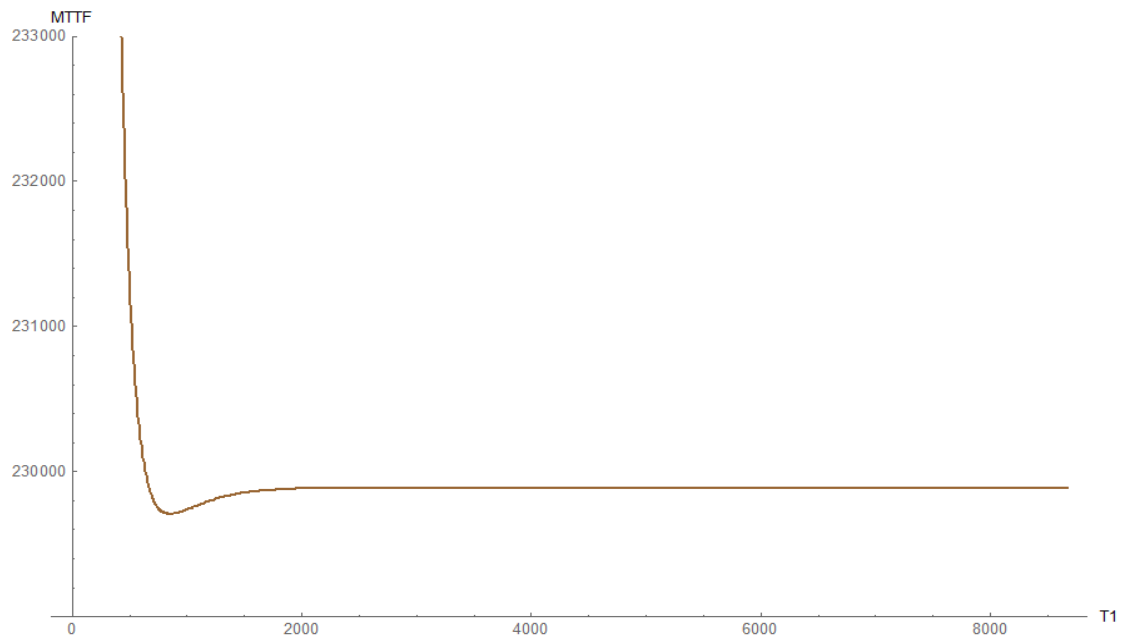


**Εικόνα 14: Διάγραμμα MTF για την Περίπτωση 3 ( $T_1$   $T_2$ )**

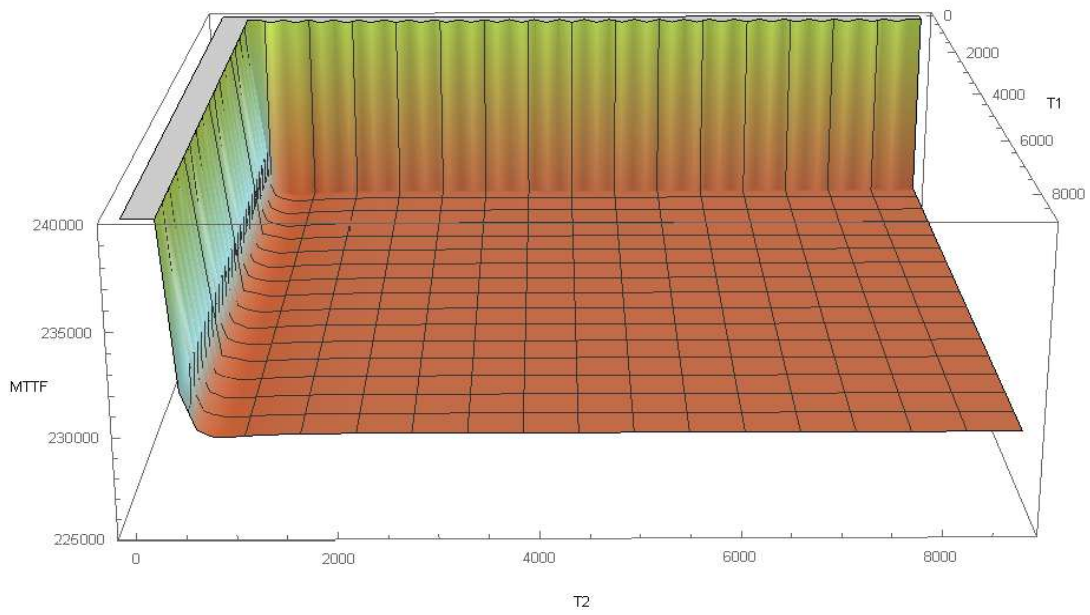
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος υπολογίζεται από την μεγιστοποίηση της ίδια συνάρτησης χρησιμοποιώντας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων και είναι 154046 και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,9$  ώρες και  $T_2 = 6863,09$  ώρες. Στην Εικόνα 14 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές  $T_1$  που είναι ο χρόνος πραγματοποίησης της πρώτης επιθεώρησης ο Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης είναι πολύ μεγάλος για οποιαδήποτε τιμή  $T_2$ , το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση με μικρό  $T_2$  ωστόσο ομαλοποιείται και παίρνουμε τον μέγιστο μέσο χρόνο με τις παραπάνω τιμές.

Για την Περίπτωση 4 ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  μεγιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι  $1,02917 \cdot 10^{12}$  και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 2,07529 \cdot 10^{-8}$  ώρες. Στην Εικόνα 15 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν το  $T_1$  παίρνει μικρές τιμές ο Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης παίρνει πολύ μεγάλη τιμή, αυτό συμβαίνει γιατί το σύστημα θα είναι εκτός λειτουργίας λόγω πολύ συχνών επιθεωρήσεων. Ωστόσο παρατηρούμε ότι ομαλοποιείται στην τιμή 229889.

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  ο μέγιστος Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης του συστήματος υπολογίζεται από την μεγιστοποίηση της ίδια συνάρτησης χρησιμοποιώντας με τις νέες κατανομές πιθανοτήτων και είναι 229889 και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,89$  ώρες και  $T_2 = 8574,32$  ώρες. Στην Εικόνα 16 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του μέσου χρόνου μέχρι την εμφάνιση βλάβης ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές  $T_1$  που είναι ο χρόνος πραγματοποίησης της πρώτης επιθεώρησης ο Μέσος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης είναι πολύ μεγάλος για οποιαδήποτε τιμή  $T_2$ , το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση με μικρό  $T_2$  ωστόσο ομαλοποιείται και παίρνουμε τον μέγιστο μέσο χρόνο με τις παραπάνω τιμές.



**Εικόνα 15: Διάγραμμα ΜΤΤΦ για την Περίπτωση 4 ( $T_1$ )**



**Εικόνα 16: Διάγραμμα ΜΤΤΦ για την Περίπτωση 4 ( $T_1$   $T_2$ )**

### 6.3 Αποτελέσματα για το Συνολικό Κόστος Λειτουργίας

Για την Περίπτωση 1 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης

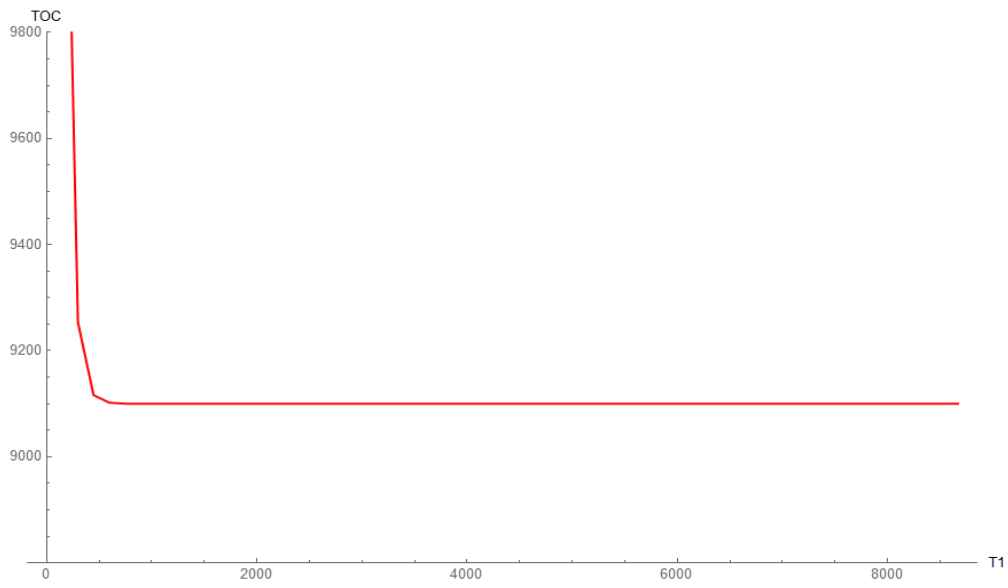
$$TOC = \left[ \sum_{i \in E} (w(i) \cdot \pi_i + r(i) \cdot \frac{\pi_i}{h_i}) \right] \times L$$

με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 9100,13 μονάδες και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8437,76$  ώρες. Στην Εικόνα 17 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Βλέπουμε ότι για μικρό χρόνο  $T_1$  και άρα συχνές επιθεωρήσεις, το κόστος αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό.

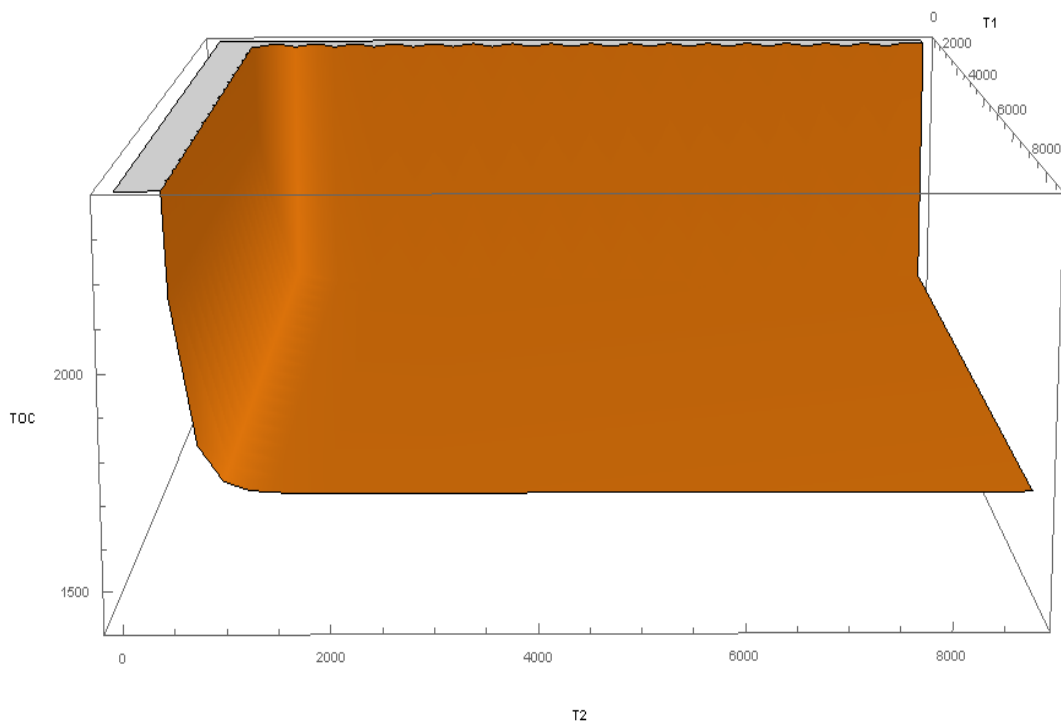
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος η συνάρτηση που θα ελαχιστοποιήσουμε είναι η ίδια χρησιμοποιώντας τις νέες κατανομές πιθανοτήτων, είναι 9100,13 μονάδες και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 5156,05$  ώρες και  $T_2 = 2844,93$  ώρες. Στην Εικόνα 18 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1 T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρό  $T_1$  οποιαδήποτε τιμή του  $T_2$  μας δίνει πολύ μεγάλο κόστος, το ίδιο γίνεται και αντίστροφα.

Για την Περίπτωση 2 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  ελαχιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι 3087,98 μονάδες και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 5128,32$  ώρες. Στην Εικόνα 19 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Βλέπουμε ότι για μικρό χρόνο  $T_1$  και άρα συχνές επιθεωρήσεις, το κόστος αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό.

Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος η συνάρτηση που θα ελαχιστοποιήσουμε είναι η ίδια χρησιμοποιώντας τις νέες κατανομές πιθανοτήτων, είναι 3087,98 μονάδες και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,93$  ώρες και  $T_2 = 6009,5$  ώρες. Στην Εικόνα 20 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1 T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρό  $T_1$  οποιαδήποτε τιμή του  $T_2$  μας δίνει πολύ μεγάλο κόστος, το ίδιο γίνεται και αντίστροφα.



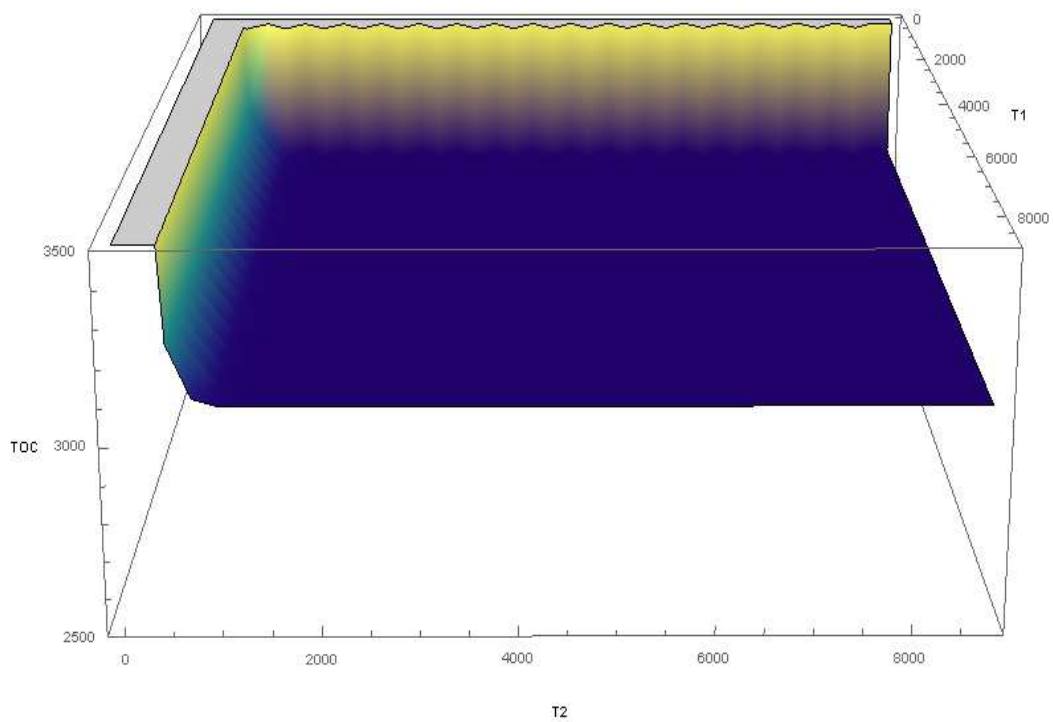
**Εικόνα 17: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 1 (T1)**



**Εικόνα 18: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 1 (T1 T2)**



**Εικόνα 19: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 2 ( $T_1$ )**



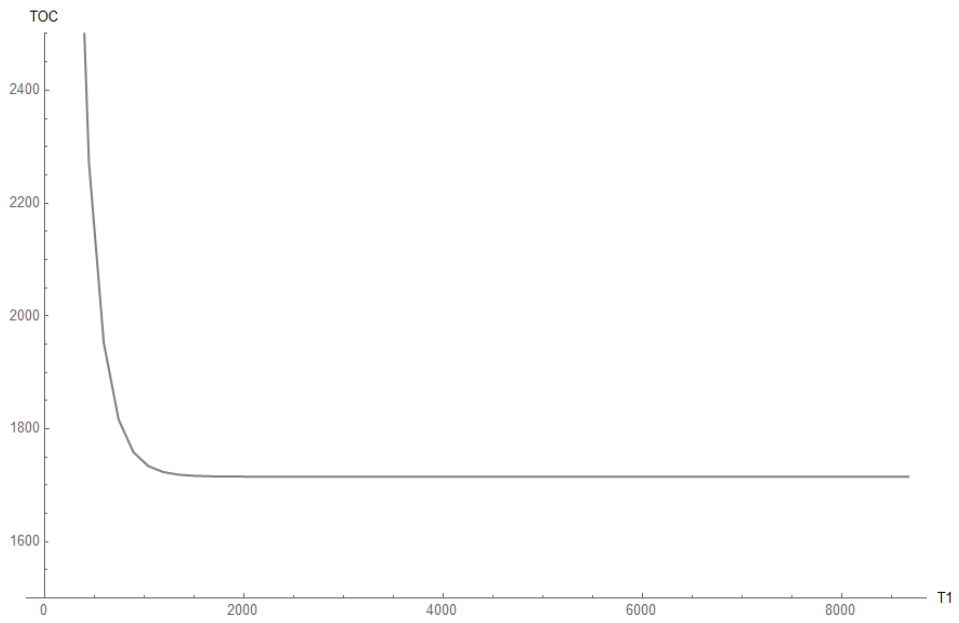
**Εικόνα 20: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 2 ( $T_1$ ,  $T_2$ )**

Για την Περίπτωση 3 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  ελαχιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι 1715,14 μονάδες και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 7546,52$  ώρες. Στην Εικόνα 21 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Βλέπουμε ότι για μικρό χρόνο  $T_1$  και άρα συχνές επιθεωρήσεις, το κόστος αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό.

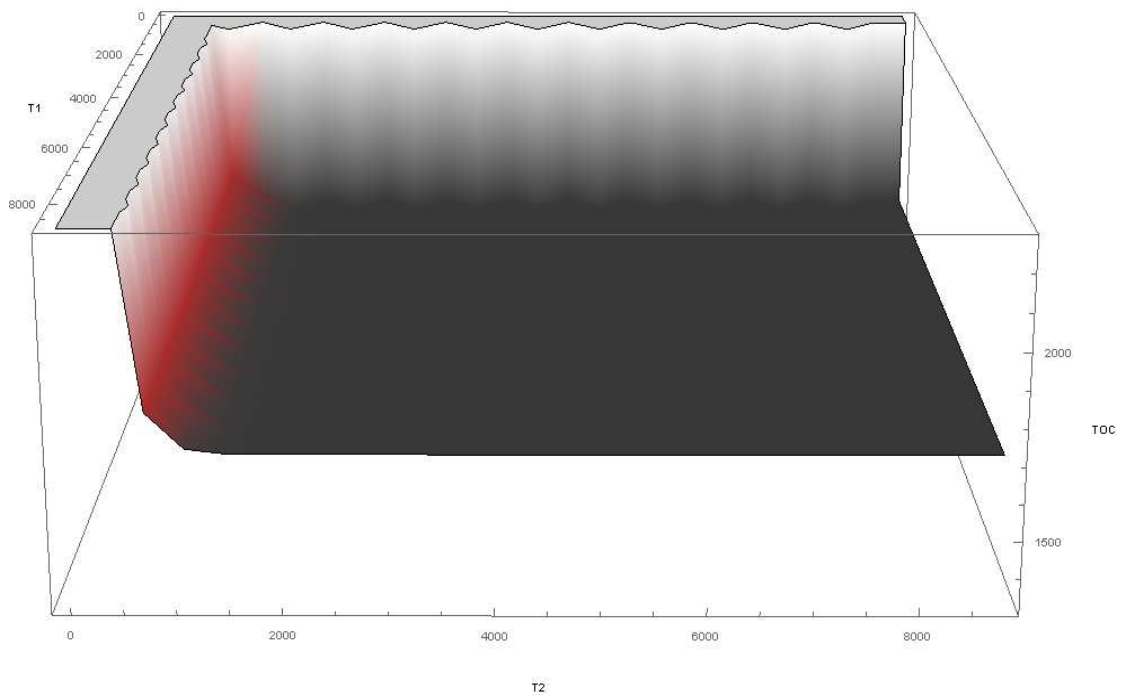
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος η συνάρτηση που θα ελαχιστοποιήσουμε είναι η ίδια χρησιμοποιώντας τις νέες κατανομές πιθανοτήτων, είναι 1715,14 μονάδες και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,9$  ώρες και  $T_2 = 6589,93$  ώρες. Στην Εικόνα 22 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1 T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρό  $T_1$  οποιαδήποτε τιμή του  $T_2$  μας δίνει πολύ μεγάλο κόστος, το ίδιο γίνεται και αντίστροφα.

Για την Περίπτωση 4 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  ελαχιστοποιώντας την ίδια συνάρτηση είναι 1213,58 μονάδες και ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8760$  ώρες. Στην Εικόνα 23 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τον χρόνο πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1$ . Βλέπουμε ότι για μικρό χρόνο  $T_1$  και άρα συχνές επιθεωρήσεις, το κόστος αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό.

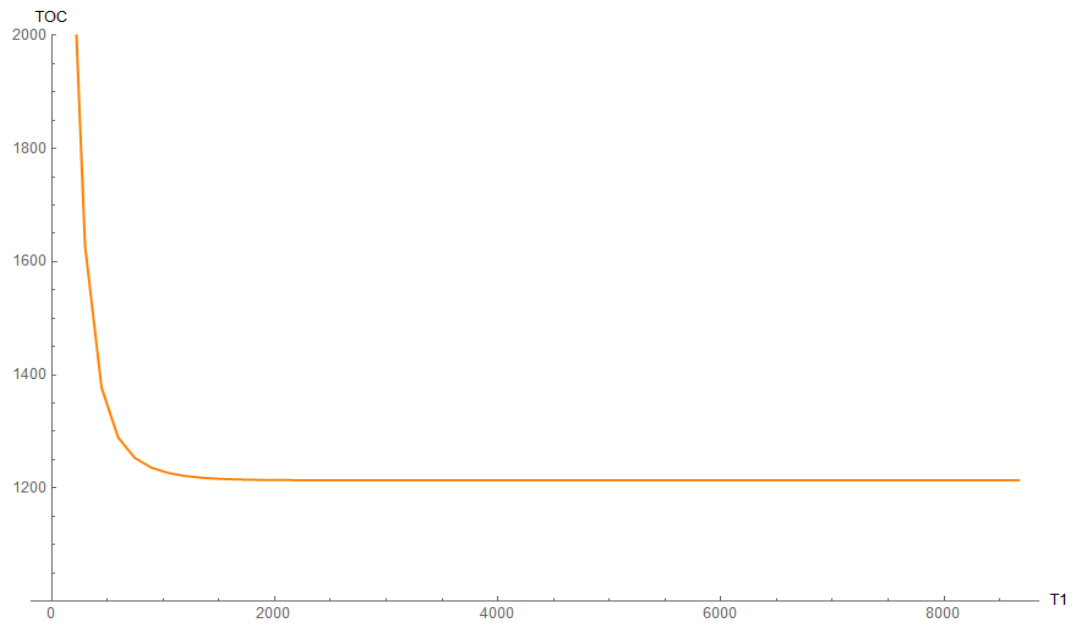
Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος η συνάρτηση που θα ελαχιστοποιήσουμε είναι η ίδια χρησιμοποιώντας τις νέες κατανομές πιθανοτήτων, είναι 1213,58 μονάδες και οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8759,89$  ώρες και  $T_2 = 8750,25$  ώρες. Στην Εικόνα 24 μπορούμε να παρατηρήσουμε την συμπεριφορά του ελάχιστου κόστους λειτουργίας ως προς τους χρόνους πραγματοποίησης επιθεώρησης  $T_1 T_2$ . Παρατηρούμε ότι για μικρό  $T_1$  οποιαδήποτε τιμή του  $T_2$  μας δίνει πολύ μεγάλο κόστος, το ίδιο γίνεται και αντίστροφα.



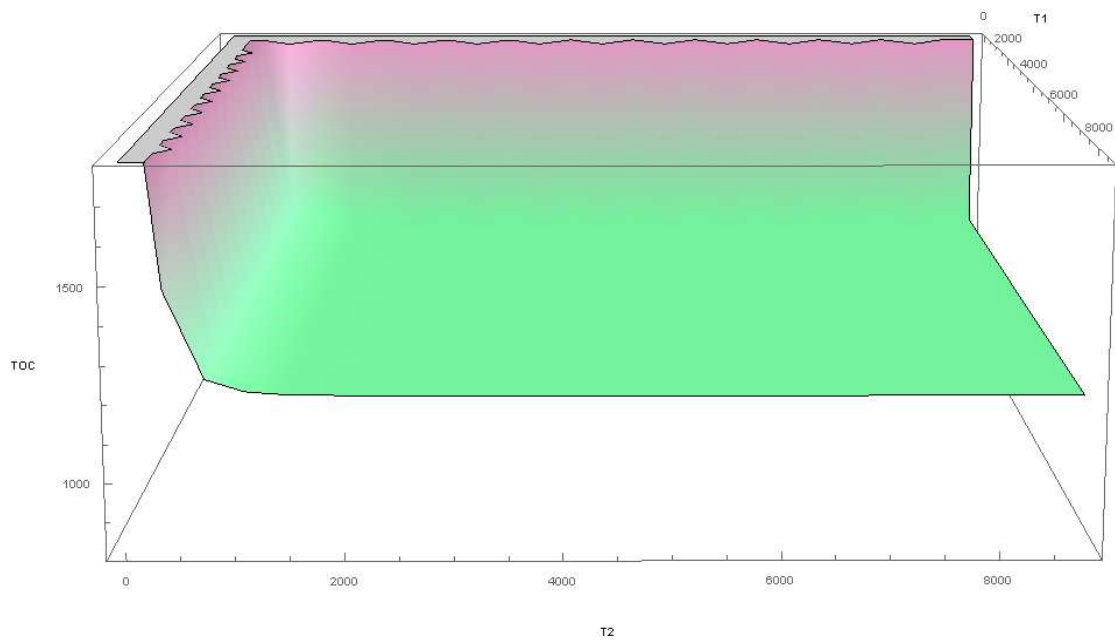
**Εικόνα 21: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 3 ( $T_1$ )**



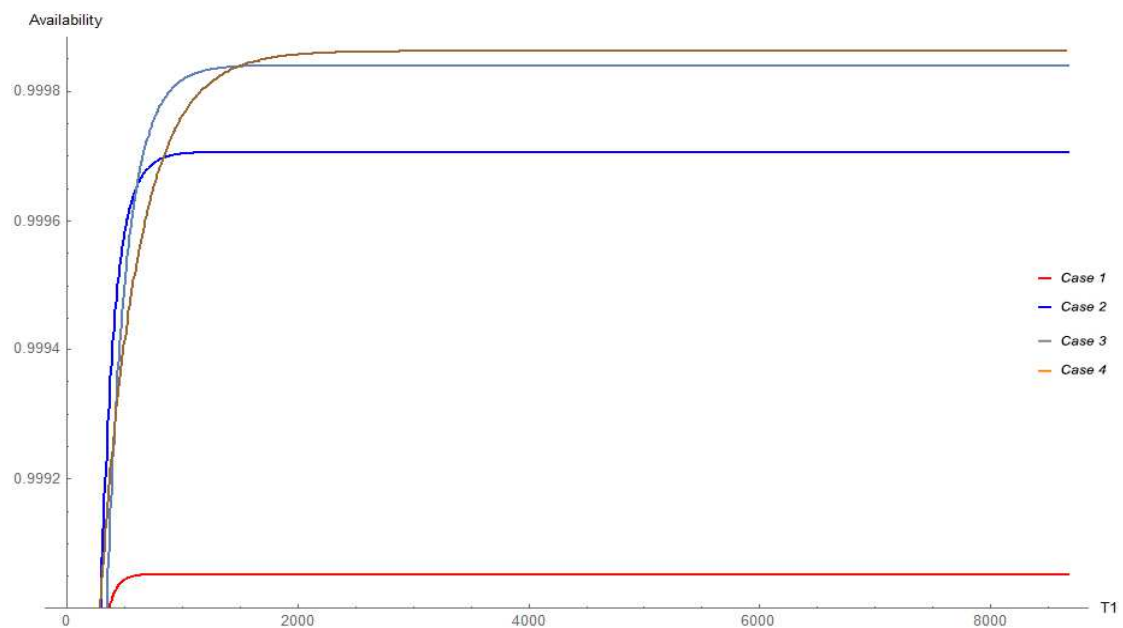
**Εικόνα 22: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 3 ( $T_1$   $T_2$ )**



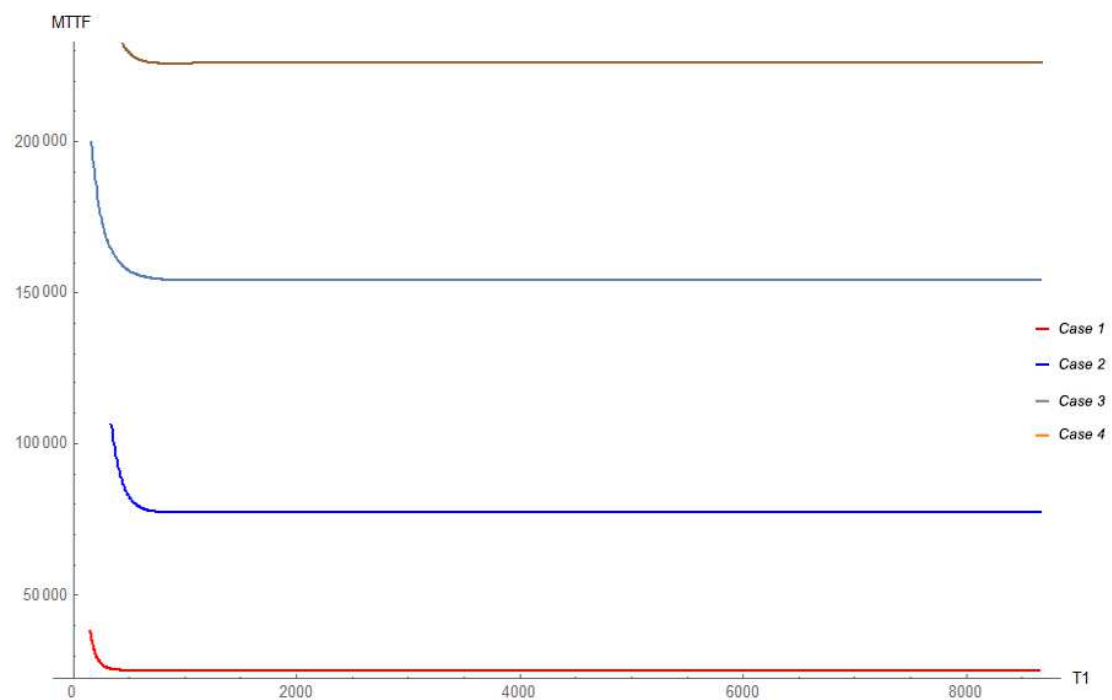
**Εικόνα 23: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 4 (T1)**



**Εικόνα 24: Διάγραμμα Συνολικού Κόστους Λειτουργίας για την Περίπτωση 4 (T1 T2)**

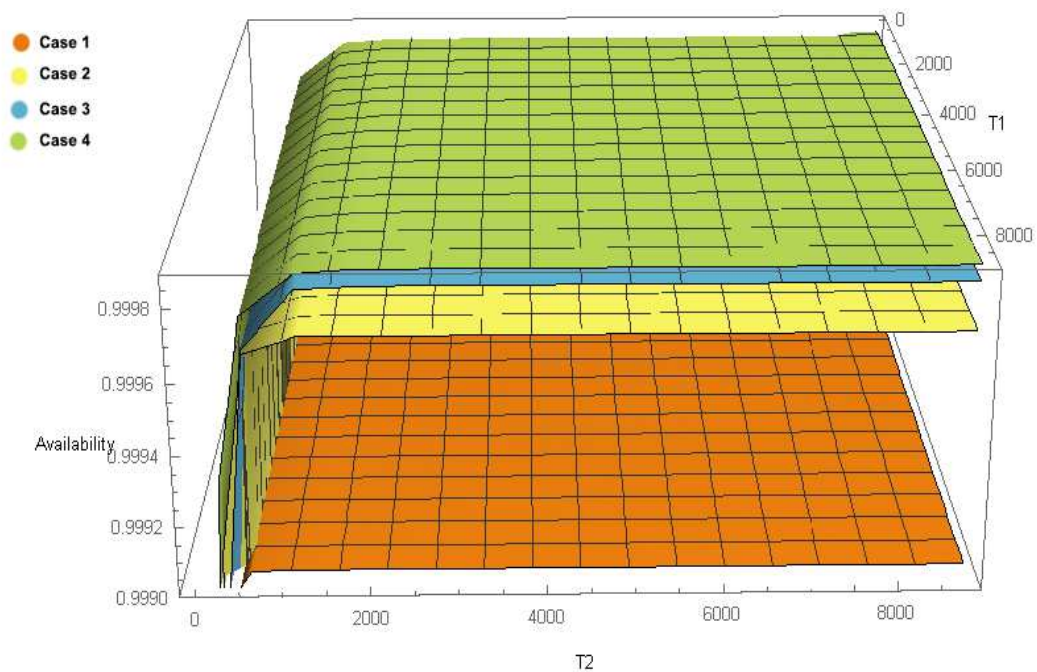


Εικόνα 25: Συγκεντρωτικό Διάγραμμα Διαθεσιμότητας ( $T_1$ )

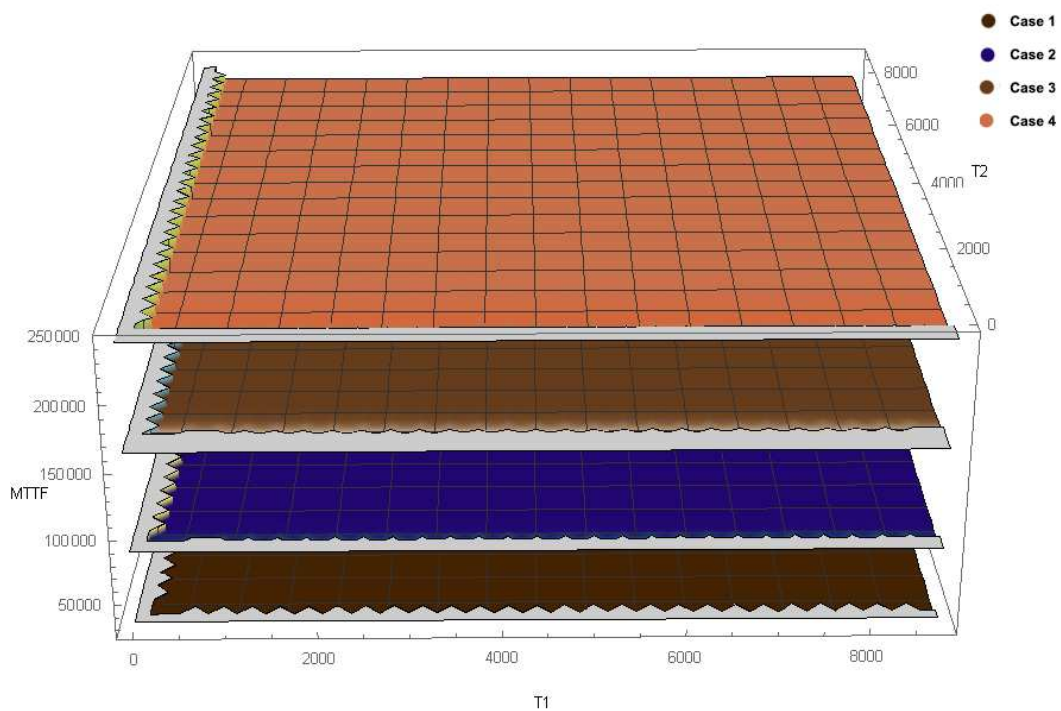


Εικόνα 26: Συγκεντρωτικό Διάγραμμα MTTF ( $T_1$ )

Στις Εικόνες 25 και 26 εμφανίζονται τα συγκεντρωτικά διαγράμματα Διαθεσιμότητας και του Μέσου Χρόνου μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης, για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ .



Εικόνα 27: Συγκεντρωτικό Διάγραμμα Διαθεσιμότητας ( $T_1$   $T_2$ )



Εικόνα 28: Συγκεντρωτικό Διάγραμμα MTTF ( $T_1$   $T_2$ )

Στις Εικόνες 27 και 28 εμφανίζονται τα συγκεντρωτικά διαγράμματα Διαθεσιμότητας και του Μέσου Χρόνου μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης, για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$

## 6.4 Αποτελέσματα Πολυκριτήριων Βελτιστοποίησης Δεικτών

Για την Περίπτωση 1 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 9100,13 μονάδες, ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8246$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999053 ή 99,9053%. Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος είναι 9100,13 μονάδες, οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 5942$  ώρες και  $T_2 = 2408$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999053 ή 99,9053%.

Για την Περίπτωση 2 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 3087,98 μονάδες, ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 5408$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999706 ή 99,9706%. Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος είναι 3087,98 μονάδες, οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8459$  ώρες και  $T_2 = 6481$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999706 ή 99,9706%.

Για την Περίπτωση 3 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 1715,14 μονάδες, ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 7243$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,99984 ή 99,984%. Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος είναι 1715,14 μονάδες, οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8674$  ώρες και  $T_2 = 6989$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,99984 ή 99,984%.

Για την Περίπτωση 4 το ελάχιστο Συνολικό Κόστος Λειτουργίας του συστήματος με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  είναι 1213,58 μονάδες, ο χρόνος επιθεώρησης  $T_1 = 8468$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999885 ή 99,9885%. Για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1 T_2$  το Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας του συστήματος είναι 1213,58 μονάδες, οι χρόνοι επιθεώρησης είναι  $T_1 = 8760$  ώρες και  $T_2 = 8759$  ώρες και η Διαθεσιμότητα 0,999885 ή 99,9885%.

## 6.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων

### 6.5.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων 1<sup>ου</sup> μοντέλου

Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999053

- $T_1 = 2764,43$
- $MTTF = 23224.7$
- $TOC = 9100.13$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης=  $1,81278 \cdot 10^{12}$

- $T_1 = 1,8541 \cdot 10^{-8}$
- $Availability = 7,2328 \cdot 10^{-7}$
- $TOC = 17340$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 9100,13

- $T_1 = 8437,76$
- $MTTF = 23224,7$
- $Availability = 0,999053$

Έπειτα θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999053

- $T_1 = 8759,95$
- $T_2 = 3052,5$
- $MTTF = 23224,7$
- $TOC = 9100,13$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης= 23244,7

- $T_1 = 6966,75$
- $T_2 = 3742,84$
- $Availability = 0,999053$
- $TOC = 9100,13$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 9100,13

- $T_1 = 5156,05$
- $T_2 = 2844,93$
- $MTTF = 23224,7$
- $Availability = 0,999053$

### 6.5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων 2<sup>ου</sup> μοντέλου

Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999706

- $T_1 = 5946,99$
- $MTTF = 78321,8$
- $TOC = 3087,98$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης=  $2,64889 \cdot 10^{12}$

- $T_1 = 6,80472 \cdot 10^{-9}$
- $Availability = 4,19439 \cdot 10^{-7}$
- $TOC = 17341,3$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 3087,98

- $T_1 = 5128,32$
- $MTTF = 78321,8$
- $Availability = 0,999706$

Έπειτα θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999706

- $T_1 = 8759,91$
- $T_2 = 6720,7$
- $MTTF = 78321,8$
- $TOC = 3087,98$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης= 78321,8

- $T_1 = 8759,9$
- $T_2 = 6970,39$
- $Availability = 0,999706$
- $TOC = 3087,98$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 3087,98

- $T_1 = 8759,93$
- $T_2 = 6009,5$
- $MTTF = 78321,8$
- $Availability = 0,999706$

### 6.5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων 3<sup>ου</sup> μοντέλου

Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,99984

- $T_1 = 8669,91$
- $MTTF = 154406$
- $TOC = 1715,14$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης =  $4,1139 \cdot 10^{13}$

- $T_1 = 4,21233 \cdot 10^{-10}$
- $Availability = 2,62348 \cdot 10^{-8}$
- $TOC = 17340$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 1715,14

- $T_1 = 7546,52$
- $MTTF = 154046$
- $Availability = 0,99984$

Έπειτα θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,99984

- $T1 = 8759,9$
- $T2 = 7013,13$
- $MTTF = 154046$
- $TOC = 1715,14$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης = 154046

- $T1 = 8759,9$
- $T2 = 6863,09$
- $Availability = 0,99984$
- $TOC = 1715,14$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 1715,14

- $T1 = 8759,93$
- $T2 = 6589,93$
- $MTTF = 154046$
- $Availability = 0,99984$

#### 6.5.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων 4<sup>ου</sup> μοντέλου

Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999885

- $T_1 = 8669,95$
- $MTTF = 229889$
- $TOC = 1213,58$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης=  $1,02917 \cdot 10^{12}$

- $T_1 = 2,07529 \cdot 10^{-8}$
- $Availability = 1,31239 \cdot 10^{-6}$
- $TOC = 17341,2$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 1213,58

- $T_1 = 8760$
- $MTTF = 229889$
- $Availability = 0,999885$

Έπειτα θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για την περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1, T_2$ .

Μέγιστη Διαθεσιμότητα = 0,999885

- $T_1 = 8759,89$
- $T_2 = 8556,46$
- $MTTF = 229889$
- $TOC = 1213,58$

Μέγιστος Χρόνος μέχρι την Εμφάνιση Βλάβης= 229889

- $T_1 = 8759,89$
- $T_2 = 8574,32$
- $Availability = 0,999885$
- $TOC = 1213,58$

Ελάχιστο Κόστος Λειτουργίας = 1213,58

- $T_1 = 8759,89$
- $T_2 = 8750,25$
- $MTTF = 229889$
- $Availability = 0,999885$

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

---

## Συμπεράσματα – Προτάσεις για Περαιτέρω Έρευνα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήσαμε ένα μηχανολογικό σύστημα αποτελούμενο από δύο μηχανές, οι οποίες περνούν από τρία στάδια φθοράς/υποβάθμισης πριν παρουσιάσουν βλάβη. Στόχος μας ήταν να υπολογίσουμε τους χρόνους που θα πραγματοποιούμε επιθεώρηση στο σύστημα ώστε να βελτιστοποιήσουμε τους δείκτες αξιοπιστίας του. Μελετήσαμε δύο περιπτώσεις για την διαδικασία επιθεώρησης του συστήματος, η πρώτη ήταν να πραγματοποιείτε επιθεώρηση με κοινό χρόνο  $T_1$  και η δεύτερη περίπτωση να πραγματοποιείται επιθεώρηση με διαφορετικούς χρόνους  $T_1$ ,  $T_2$ . Σχεδιάσαμε την δεύτερη περίπτωση με την ιδέα ότι το σύστημα όταν περάσει ένα ορισμένο στάδιο φθοράς/υποβάθμισης, θα χρειάζεται συχνότερη επιθεώρηση γιατί θα είναι πιο επιρρεπής σε αστοχίες.

Στα τέσσερα διαφορετικά μοντέλα που μελετήσαμε παρατηρήσαμε ότι στην περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$ , μπορούμε να επιλέξουμε τον χρόνο επιθεώρησης που προκύπτει είτε από την μεγιστοποίηση της Διαθεσιμότητας είτε από την ελαχιστοποίηση του Συνολικού Κόστους Λειτουργίας. Παρατηρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις οι υπόλοιποι δείκτες αξιοπιστίας του συστήματος είναι ίδιοι.

Στην ίδια περίπτωση με κοινό χρόνο επιθεώρησης  $T_1$  παρατηρήθηκε μια πολύ μεγάλη τιμή στον Μέσο Χρόνο μέχρι την Βλάβη (MTTF) και στα τέσσερα μοντέλα. Αποτέλεσμα αυτής της μη φυσιολογικής τιμής, είναι ο πάρα πολύ μικρός χρόνος κατά τον οποίο θα πραγματοποιούνται επιθεωρήσεις. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι αν κάνουμε συνέχεια επιθεώρηση στο σύστημα θα παρουσιάσει βλάβη μετά από ένα πάρα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα. Ωστόσο με αυτή την επιλογή η διαθεσιμότητα είναι μηδενική καθώς θα είναι εκτός λειτουργίας το σύστημα όσο θα πραγματοποιείται η επιθεώρηση και το Συνολικό Κόστος Λειτουργίας θα είναι μεγάλο. Δεν παρατηρήσαμε κάποια διαφορά στους βέλτιστους δείκτες αξιοπιστίας στις δύο περιπτώσεις που μελετήσαμε.

Στην περίπτωση με διαφορετικούς χρόνους επιθεώρησης  $T_1$   $T_2$  οι βέλτιστοι χρόνοι επιθεώρησης μπορούν προκύψουν και από τους τρεις διαφορετικούς τρόπους βελτιστοποίησης της αξιοπιστίας, καθώς στις τέσσερις περιπτώσεις που μελετήσαμε οι υπόλοιποι δείκτες αξιοπιστίας ήταν ίδιο κάθε φορά.

Από τα αποτελέσματα των δυο διαφορετικών τρόπων επιθεώρησης δεν προέκυψε κάποια διαφορά στα αποτελέσματα βελτιστοποίησης των δεικτών

αξιοπιστίας. Προκύπτει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο που επιλέξαμε, μπορεί να λειτουργήσει αξιόπιστα είτε πραγματοποιώντας επιθεωρήσεις με σταθερό χρόνο  $T_1$  είτε με διαφορετικούς χρόνους  $T_1, T_2$ .

Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί στο μοντέλο μας αρχικά χρησιμοποιώντας την κατανομή Weibull για τα στάδια φθοράς/υποβάθμισης των μηχανών. Προσθέτοντας περισσότερα στάδια φθοράς/υποβάθμισης στο μοντέλο που θα το έκανε πιο ρεαλιστικό. Θα μπορούσε να σχεδιαστεί ένας μηχανισμός που θα έκανε εναλλαγή στη λειτουργία των μηχανών, έτσι ώστε να μοιράζονται χρόνο λειτουργίας και να υπάρχει μια πιο ομαλή φθορά στον εξοπλισμό και να υπάρχει μεγαλύτερη διαθεσιμότητα στο σύστημα. Τέλος μπορεί να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση δεικτών αξιοπιστίας με περισσότερα πολυκριτήρια.

## Βιβλιογραφία

- [1]. Dongyan Chen and Kishor S. Trivedi, Analysis of Periodic Preventive Maintenance with General System Failure Distribution, Center for Advanced Computing and Communications, Department of Electrical and Computer Engineering Duke University, Durham, NC 27708-0294, USA
- [2]. Dongyan Chen, Kishor S. Trivedi, Optimization for condition-based maintenance with semi-Markov decision process, Reliability Engineering & System Safety, Volume 90, Issue 1, October 2005, Pages 25-29.
- [3]. M. B. Kline, Suitability of the Lognormal Distribution for Corrective Maintenance Repair Times, Reliability Engineering 9 (1984) 65-80
- [4]. Celso Marcelo F. Lapaa, Claudio Marcio N.A. Pereira, Marcio Paes de Barrosa, A model for preventive maintenance planning by genetic algorithms based in cost and reliability, Reliability Engineering & System Safety Volume 91, Issue 2, February 2006, Pages 233-240
- [5]. Monica Borda, Fundamentals in Information Theory and Coding, Springer Verlag Berlin Heidelberg (2011)
- [6]. A. N. Platis, V. P. Koutras, and S. Malefaki, Achieving high availability levels of a deteriorating system by optimizing condition based maintenance policies, Safety, Reliability and Risk Analysis. Sep 2013 , 829 -837
- [7]. Resham Vinayak and S. Dharmaraja, Semi-Markov Modeling Approach for Deteriorating Systems with Preventive Maintenance, International Journal of Performability Engineering Vol. 8, No. 5, September 2012, pp. 515- 526.
- [8]. V.H. Coria, S.Maximov n, F.Rivas-Dávalos, C.L. Melchor, J.L.Guardado, Analytical method for optimization of maintenance policy based on available system failure data, Reliability Engineering and System Safety 135 (2015) 55-63
- [9]. Yuo-Tern Tsai, Kuo-Shong Wang, Lin-Chang Tsai, A study of availability-centered preventive maintenance for multi-component, Reliability Engineering and System Safety 84 (2004) 261-270
- [10]. Sim, S.H. Endrenyi, J..Optimal preventive maintenance with repair, Reliability, IEEE Transaction, Volume:37 Issue:1 , 1988.
- [11]. Dongyan Chen, Kishor S. Trivedi, Optimization for condition-based maintenance with semi-Markov decision process, Reliability Engineering & System Safety, Volume 90, Issue 1, October 2005, Pages 25-29.
- [12]. Ruey Huei Yeh, State-age-dependent maintenance policies for deteriorating systems with Erlang sojourn time distributions, Reliability Engineering & System Safety, Volume 58, Issue 1, October 1997, Pages 55-60
- [13]. Suprasad V. Amari, Bounds on MTBF of Systems Subjected to Periodic Maintenance, IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY, VOL. 55, NO. 3, SEPTEMBER 2006
- [14]. Shaomin Wu, Derek Clements-Croome, Preventive maintenance models with random maintenance quality, Reliability Engineering & System Safety, Volume 90, Issue 1, October 2005, Pages 99-105,

- [15]. Chun-Yuan Cheng\* and Ming Chih Chen, The Periodic Preventive Maintenance Policy for Deteriorating Systems by Using Improvement Factor Model, *International Journal of Applied Science and Engineering*, 2003. 1, 2: 114-122, 114 *Int. J. Appl. Sci. Eng.*, 2003. 1, 2
- [16]. H. Chouikhi, A. Khatab, N. Rezg. Condition-based Maintenance for Availability Optimization of Production System Under Environment Constraints, 9th International Conference of Modeling, Optimization and Simulation - MOSIM'12 June 6-8, 2012 - Bordeaux - France "Performance, interoperability and safety for sustainable development"
- [17]. Anis Chelbi, Daoud Ait-Kadi, Houda Aloui, Optimal inspection and preventive maintenance policy for systems with self-announcing and non-self-announcing failures, *Journal of Quality in Maintenance Engineering* Vol. 14 No. 1, 2008 pp. 34-45, Emerald Group Publishing Limited, 1355-2511,
- [18]. Slah Samet, Anis Chelbi, Fayçal Ben Hmida, (2010) "Optimal availability of failure-prone systems under imperfect maintenance actions", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 16 Iss: 4, pp.395 - 412
- [19]. L.R. Goel, R.K. Agnihotri, R. Gupta, Two-unit redundant system with inspection and adjustable rates, *Microelectronics and Reliability*, 31 (1) (1991), pp. 11-14
- [20]. Girish Kumar, Vipul Jain & O. P. Gandhi, Availability Analysis of Repairable Mechanical Systems Using Analytical Semi-Markov Approach, *Quality Engineering*, 25:2, 97-107
- [21]. M.B. Kline, Suitability of the lognormal distribution for corrective maintenance repair times, *Reliability Engineering*, Volume 9, Issue 2, 1984, Pages 65-80
- [22]. Adriaan Van Horenbeek n, Liliane Pintelon, A dynamic predictive maintenance policy for complex multi-component systems, *Reliability Engineering and System Safety* 120 (2013) 39-50
- [23]. Phuc Do n, Alexandre Voisin, Eric Levrat, Benoit Iung, A proactive condition-based maintenance strategy with both perfect and imperfect maintenance actions, *Reliability Engineering and System Safety* 133 (2015) 22-32
- [24]. Dongyan Chen, Yiguang Hong, Yonghuan Cao, Kishor S. Trivedi, Preventive Maintenance of System with Phase-type Failure Time Distribution and Non-zero Inspection Time,
- [25]. Rachna Chawla Girish Kumar, Condition Based Maintenance Modeling for Availability Analysis of a Repairable Mechanical System, *International Journal of Innovation in Engineering and Technology* Vol.2 Issue April 2013
- [26]. Dang, L. V.; Luong, H. A Multi-state Preventive Maintenance Policy Using Semi-Markov Processes, T. School of Engineering and Technology Asian Institute of Technology, Bangkok, Thailand
- [27]. Curtis L. Tomasevicz, Sohrab Asgarpoor, Optimum maintenance policy using semi-Markov decision processes *Electric Power Systems Research* 79 (2009) 1286-1291
- [28]. G.K. Chana, S. Asgarpoor, Optimum maintenance policy with Markov processes, *Electric Power Systems Research* 76 (2006) 452-456
- [29]. Βασίλης Σ. Κουϊκόγλου, Αξιοπιστία Συστημάτων, Συντήρηση, Αντικατάσταση Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης Πολυτεχνείο Κρήτης 2013

- [30]. Effie Papageorgiou, George Kokolakis, Reliability analysis of a two-unit general parallel system with (n-2) warm standbys, *European Journal of Operational Research* 201, pages 821-827, 2010
- [31]. Blischkem W.R., Murthy, D.N.P., (2003), *Case Studies in Reliability and Maintenance*, John Wiley & Sons, USA
- [32]. Tomasevicz, C.L.; Asgarpoor, S., "Preventive Maintenance Using Continuous-Time Semi-Markov Processes," *Power Symposium, 2006. NAPS 2006. 38th North American*, vol., no., pp.3,8, 17-19 Sept. 2006
- [33]. L.R. Goel, S.C. Sharma, Stochastic analysis of a 2-unit standby system with two failure modes and slow switch, *Microelectronics Reliability*, Volume 29, Issue 4, 1989, Pages 493-498
- [34]. Chun Su; Jinyun Shen, "Optimal maintenance policies for multi-state deteriorating product based on remanufacturability," *Prognostics and System Health Management (PHM), 2012 IEEE Conference on*, vol., no., pp.1,5, 23-25 May 2012
- [35]. Pierre-Jacques Courtois, Philippe Delsarte, On the optimal scheduling of periodic tests and maintenance for reliable redundant components, *Reliability Engineering & System Safety*, Volume 91, Issue 1, January 2006, Pages 66-72
- [36]. Madhu Jain, G.C. Sharma, Rakhi Sharma, Performance modeling of state dependent system with mixed standbys and two modes of failure, *Applied Mathematical Modelling*, Volume 32, Issue 5, May 2008, Pages 712-724
- [37]. S.C. Agarwal, Mamta Sahani & Shikha Bansal, RELIABILITY CHARACTERISTIC OF COLD-STANDBY REDUNDANT SYSTEM, *IJRRAS* 3 (2) May 2010
- [38]. S. M. Ross, *Stochastic Processes*, Any Edition, John Wiley, 1996
- [39]. Tomasevicz, C.L.; Asgarpoor, S., "Preventive Maintenance Using Continuous-Time Semi-Markov Processes," *Power Symposium, 2006. NAPS 2006. 38th North American*, vol., no., pp.3,8, 17-19 Sept. 2006
- [40]. Dongyan Chen, Yonghuan Cao, Kishor S. Trivedi, and Yiguang Hong, Preventive Maintenance of Multi-State System with Phase-Type Failure Time Distribution and Non-Zero Inspection Time, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering* 2003, 323-344
- [41]. Amir Azaron, Hideki Katagiri, Kosuke Kato, Masatoshi Sakawa, Reliability evaluation of multi-component cold-standby redundant systems, *Applied Mathematics and Computation* 173 (2006) 137-149
- [42]. R. Subramanian, V. Anantharaman, Reliability analysis of a complex standby redundant systems, *Reliability Engineering & System Safety*, Volume 48, Issue 1, 1995, Pages 57-70
- [43]. Π. -Χ. Γ. Βασιλείου, *Εφαρμοσμένος Μαθηματικός Προγραμματισμός*, Εκδόσεις Ζήτη, 2001
- [44]. Π. -Χ. Γ. Βασιλείου, *Στοχαστικές Μέθοδοι στις Επιχειρησιακές Έρευνες*, Εκδόσεις Ζήτη, 1999